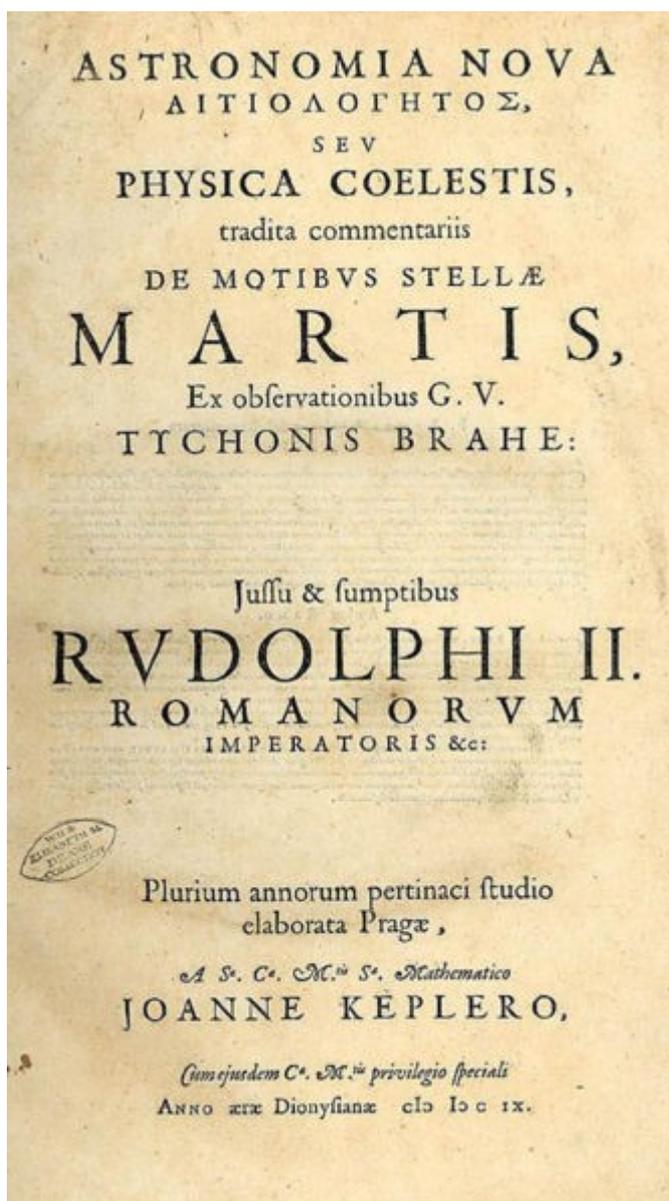
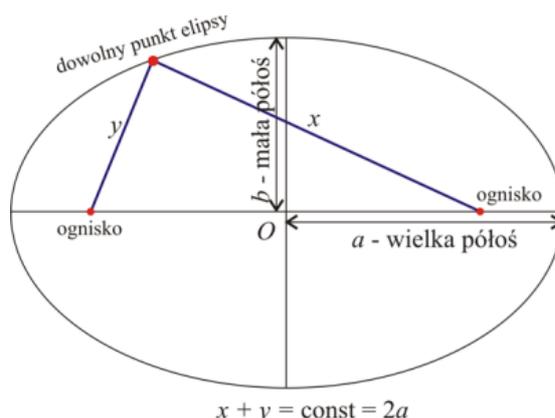


## Prawa Keplera



Strona tytułowa *Astronomia Nova* Johanna Keplera (1609 r.). W tłumaczeniu pełen tytuł brzmi: „Nowa astronomia oparta na przyczynach, lub fizyce niebieskiej, opisywana środkami komentarzy na temat ruchu Gwiazdy Mars, z obserwacji Tycho Brahe.”

Korzystając z danych zebranych przez Tycho Brahe, Kepler skoncentrował swoje badania na orbicie Marsa. Dziesięcioletnie prace teoretyczne doprowadziło go do wniosku, że orbita Marsa nie jest okręgiem, a inną krzywą stożkową - elipsą. W *Astronomia Nova* uzasadnił i sformułował pierwsze dwa prawa ruchu planet. Pierwsze Prawo Keplera mówi, że każda planeta krąży wokół Słońca po eliptycznej orbicie, a Słońce leży w jednym ognisku tej elipsy.



1543 r. - *De revolutionibus orbium coelestium*

(*O obrotach sfer niebieskich*) - przegląd wszystkich znanych wówczas teorii na temat ruchów planet, także teorii Arystarcha z Samos (teoria heliocentryczna!) i poparł **teorię heliocentryczną** nowymi obliczeniami uzyskanymi dzięki obserwacji i zastosowaniu bardziej rozwiniętej matematyki.

Teoria Kopernika zakładała ruch planet wokół Słońca po okręgach. Ponieważ orbity planet w rzeczywistości są elipsami, pojawiła się niezgodność teorii z obserwacjami, co zmusiło Kopernika do zaadoptowania teorii epicykli. Największym argumentem przeciw teorii heliocentrycznej była niezmiennosc położenia gwiazd na sferze niebieskiej.

1601 r. - Tycho Brahe, dysponując najdokładniejszymi pomiarami, próbował również zaobserwować paralaktyczne ruchy gwiazd. Po wieloletnich obserwacjach nie zdołał ich jednak wykazać. Zaproponował więc model pośredni – stwierdził, że planety poruszają się po okręgach wokół Słońca, które z kolei porusza się po okręgu wokół Ziemi wirującej wokół własnej osi.

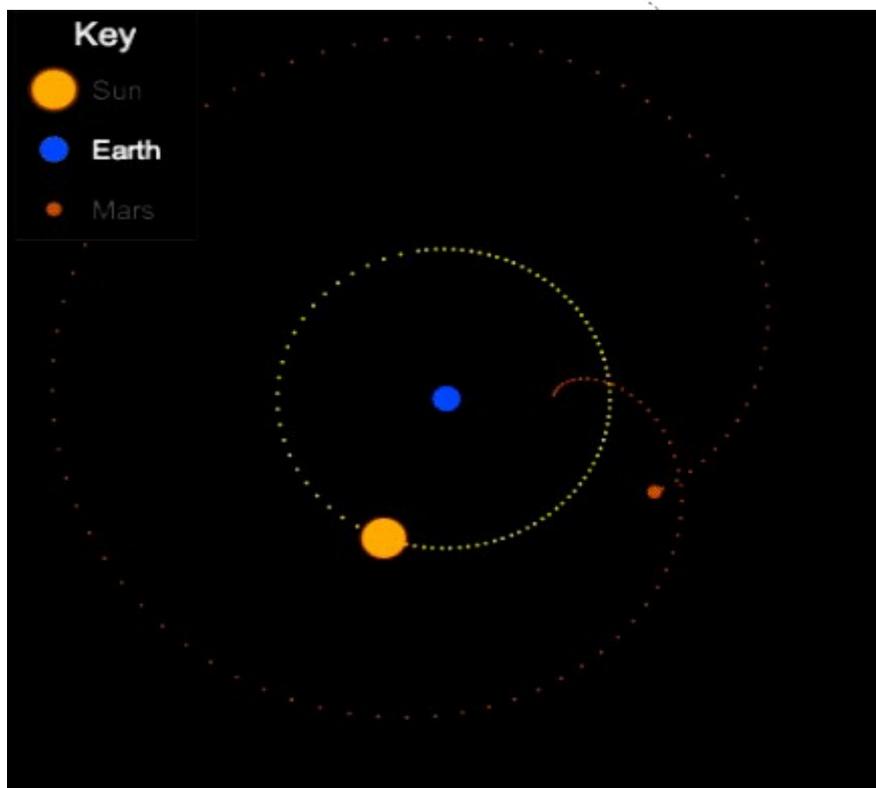
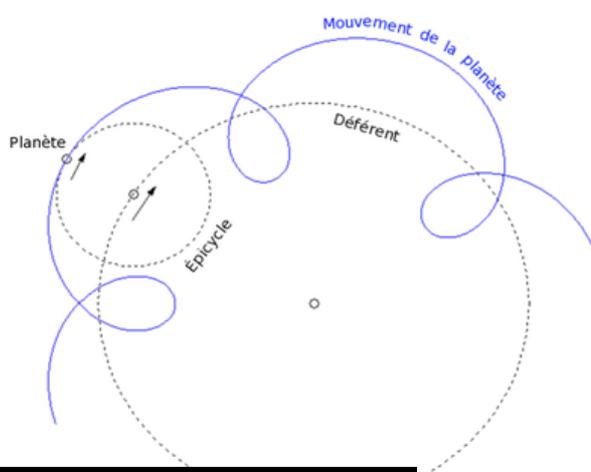
1609 r. – **I i II Prawo Keplera**. Kepler był uczniem T. Brahe.

Kepler, analizując dokładne pomiary Brahego położenia Marsa względem Ziemi, zauważył, że jego orbita nie ma kształtu okręgu. Po wielu próbach udało mu się dopasować jej kształt do elipsy (**I prawo Keplera**). Zauważył też, że planety nie poruszają się ruchem jednostajnym, ale zmiennym: w peryhelium (najbliższym Słońcu) poruszają się szybciej niż w aphelium (daleko od Słońca) - **II prawo Keplera**, zgodnie z którym prędkość polowa planety jest stała. Po tych odkryciach był przekonany, że rozmiary orbit oraz czasy ich obiegu wokół Słońca musi łączyć jakaś dalsza zależność → dziś wiemy, że to **III prawo Keplera**.

**Prawa Keplera** da się też wykazać bez obserwacji – wyprowadzono je poprzez całkowanie równań różniczkowych wynikających z zasad dynamiki Newtona, odkrytych niecały wiek później.

**1610 r.** Galileusz odkrył fazy Wenus, przy okazji dowodząc, że okrążyła ona Słońce. Był to silny argument za słusznością teorii Kopernika. Gdyby Wenus nie obiegała Słońca, ale jak chciał Ptolemeusz, krążyła po epicyklu między Słońcem a Ziemią, to mogłaby być widoczna na niebie co najwyżej jako sierp, nie mogąc nigdy osiągnąć nawet fazy „kwadry”.

Apoloniusz z Perga (262-190 p. n. e.) - epicykle

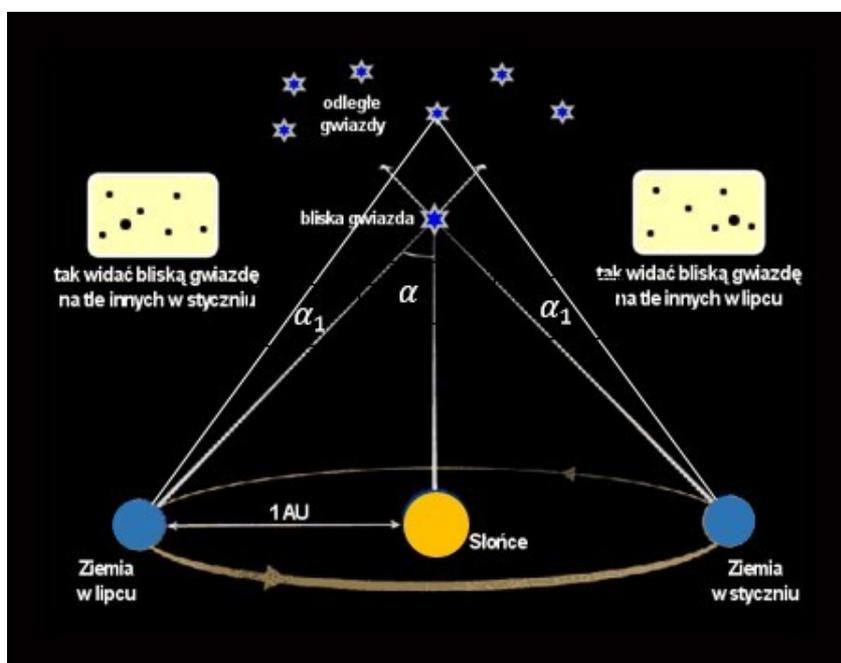


Wciąż wielką zagadką pozostawał niezmienny widok gwiazd poza Układem Słonecznym (tzw. paralaksa). Jeżeli Ziemia faktycznie porusza się po orbicie kołowej wokół Słońca, powinniśmy

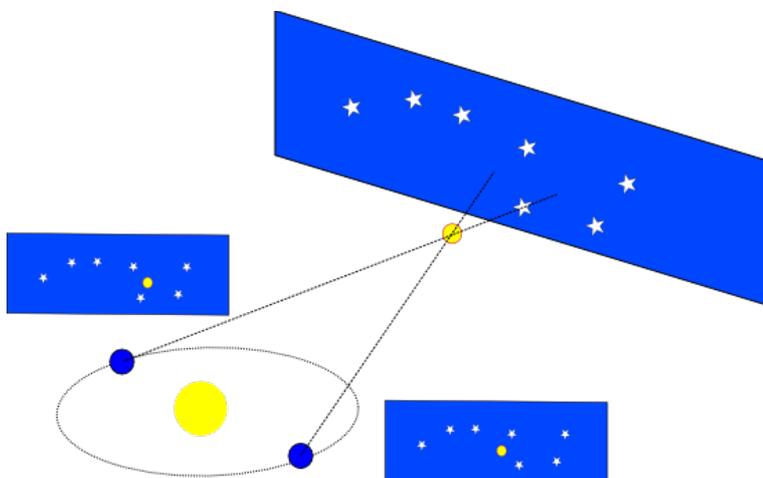
zaobserwować pozorny ruch każdego takiego ciała na sferze niebieskiej. Okres takich „drgań” ciał niebieskich powinien być równy okresowi obrotu Ziemi wokół Słońca (rokowi). Od starożytności próbowano zaobserwować zmianę położenia którejkolwiek gwiazdy na niebie, jednak bez powodzenia.

*Przesunięcie paralaktyczne* gwiazd próbował mierzyć Tycho Brahe, początkowo zwolennik poglądów Kopernika. Nie uzyskawszy pozytywnych rezultatów uznał, że hipoteza Kopernika jest niesłuszna, albo (biorąc pod uwagę dokładność własnych pomiarów) gwiazdy znajdują się w odległościach ponad 700 razy większych, niż Saturn (najdalsza znana wówczas planeta) i że w związku z tym muszą być obiektami o gigantycznych rozmiarach i jasnościach. To drugie wyjaśnienie uznał za nierealne i w celu pogodzenia wyników obserwacji z modelem Kopernika stworzył swój własny system budowy świata, w którego centrum znajdowała się Ziemia, obiegana przez Księżyc i Słońce, wokół którego z kolei krążyły wszystkie pozostałe planety.

**1839 r.** - astronomowie, Friedrich Georg Wilhelm Struve, Friedrich Wilhelm Bessel i Thomas James Henderson, niezależnie zmierzili pierwsze rzeczywiste paralaksy gwiazd. Okazało się, że największe obserwowane wartości przesunięć paralaktycznych są mniejsze od 1” sekundy kątowej.



Kąt  $\alpha$  - kąt paralaksy. Jest on równy w przybliżeniu kątom  $\alpha_1$ , wyznaczonym między prostymi przechodzącymi przez Ziemię i dwie gwiazdy, z których ta dalsza jest tak od nas odległa, że promienie światła biegnące od niej w lipcu i styczniu są nieomal równoległe (inaczej niż na rysunku). Ważne, żeby oba pomiary dzieliło dokładnie pół roku, bo wtedy odległość między kolejnymi pomiarami jest największa. Zazwyczaj kąt paralaksy jest tak mały, że mierzy się go w częściach sekundy kątowej. Znając go i korzystając z funkcji trygonometrycznych można obliczyć odległość od Słońca do gwiazdy.



# Krzywe stożkowe i orbity

$$e = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{\mu\alpha^2}},$$

$E, L \rightarrow$  – energia całkowita  
– całkowity moment pędu

Dla przyciągającej siły grawitacyjnej:

$$\alpha = Gm_1m_2,$$

$$\mu : \frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \text{ (masa zredukowana układu 2 ciał)}$$

- $E = -\frac{\mu\alpha^2}{2L^2}$  – orbita kołowa, tzn.  $e = 0$ ,
- $E < 0$  – orbita eliptyczna, tzn.  $0 < e < 1$ ,
- $E = 0$  – orbita paraboliczna, tzn.  $e = 1$ ,
- $E > 0$  – orbita hiperboliczna, tzn.  $e > 1$ .

## Orbity Keplera

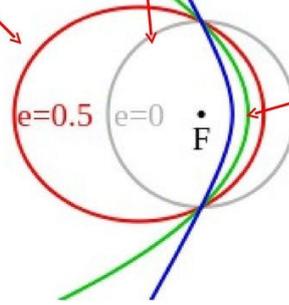
Orbita eliptyczna  
prędkość **mniejsza**  
od prędkości ucieczki

Orbita kołowa

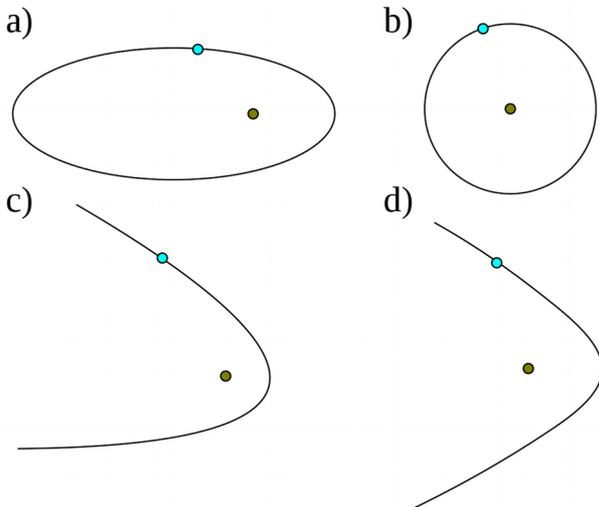
Orbita hiperboliczna  
prędkość **większa**  
od prędkości ucieczki

$e=1$   $e=2$

Orbita paraboliczna  
prędkość **równa**  
prędkości ucieczki

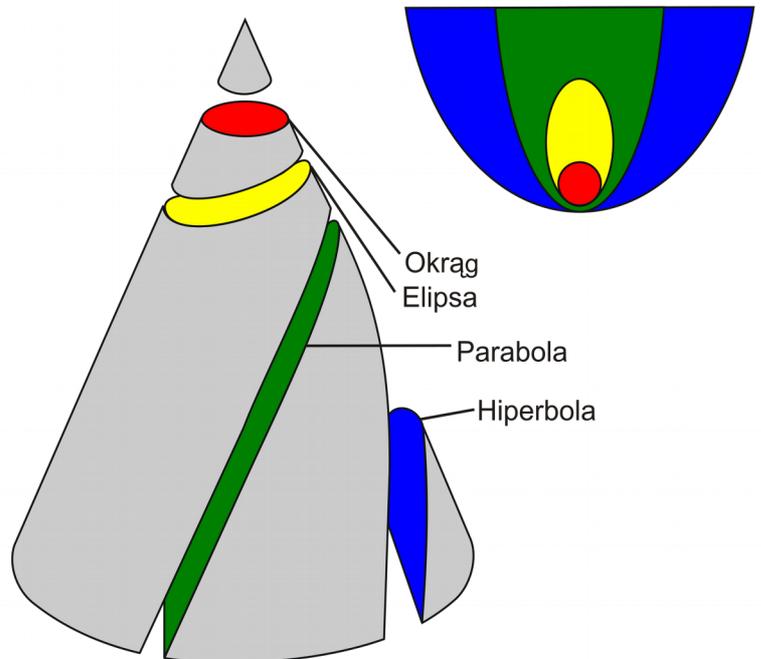


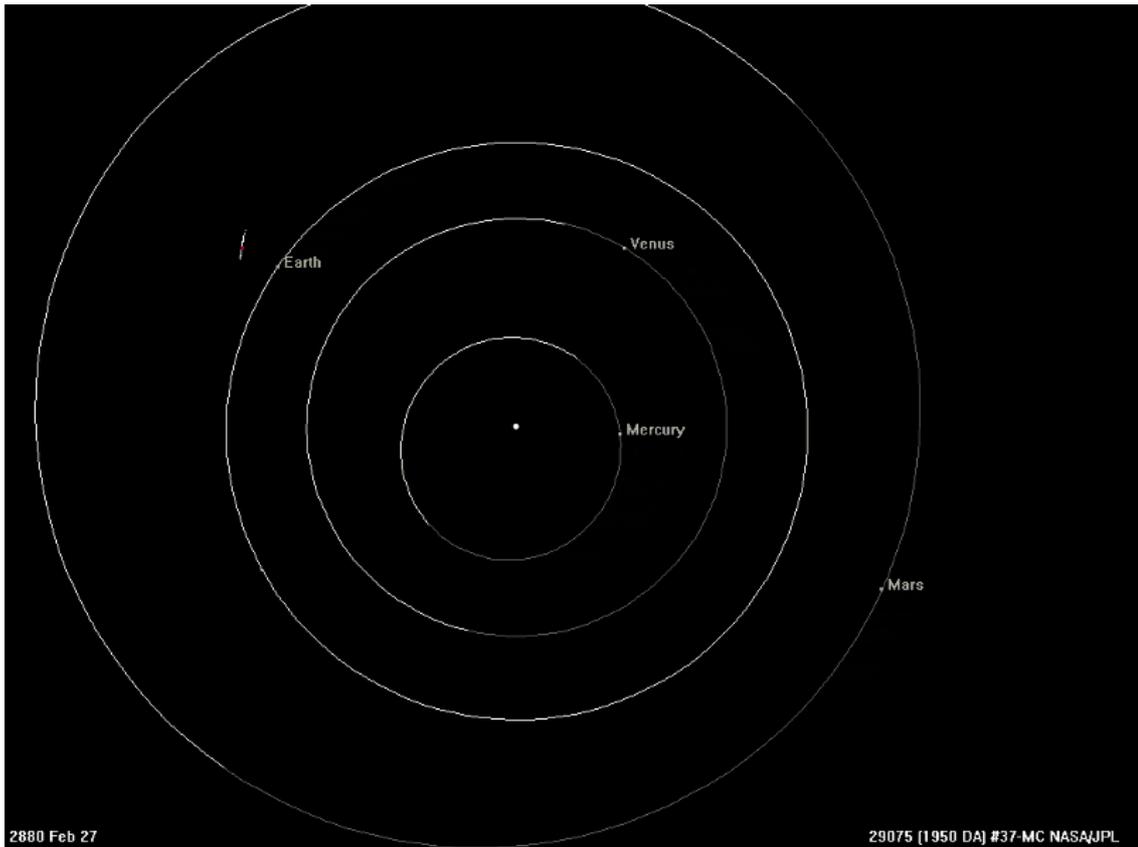
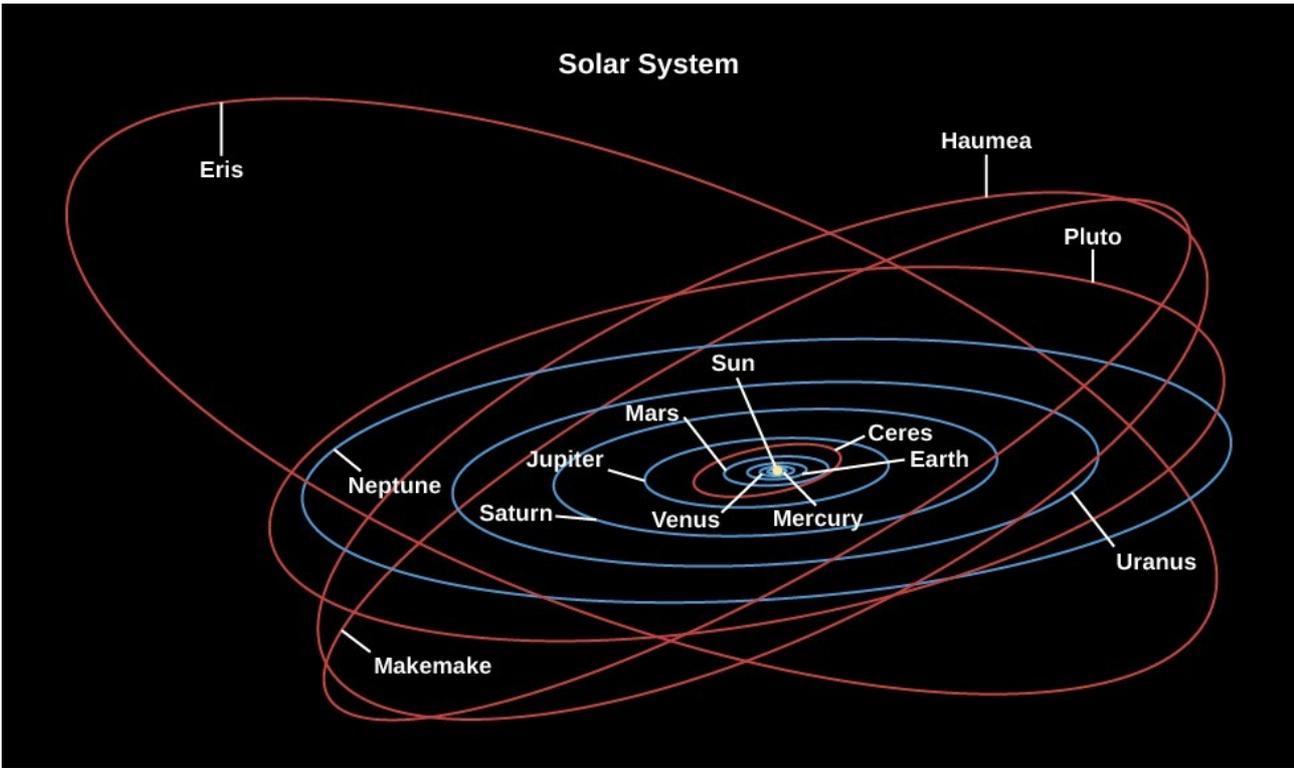
$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}},$$

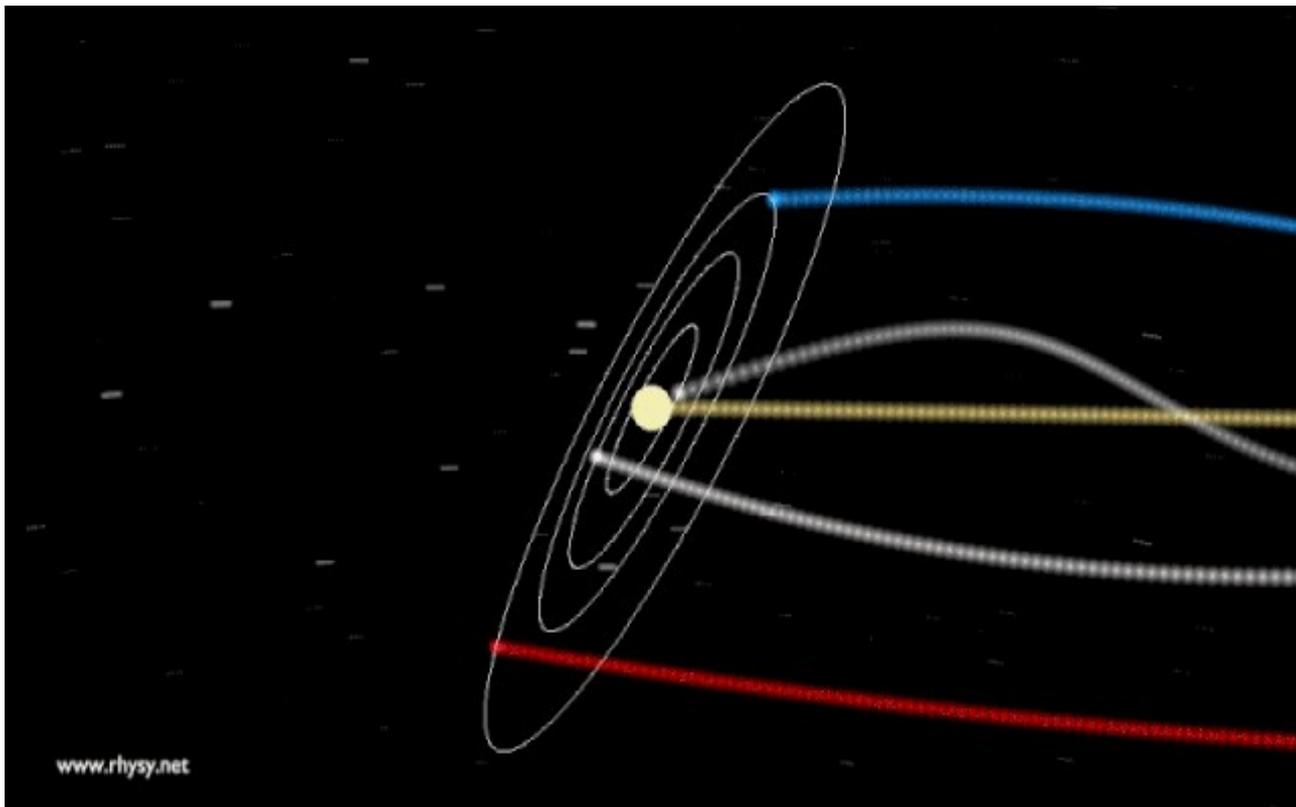


Więcej:

<http://home.agh.edu.pl/~zobmat/2018/2/intro.php>







Więcej: <https://www.forbes.com/sites/startswithabang/2018/08/30/our-motion-through-space-isnt-a-vortex-but-something-far-more-interesting/>

<https://pl.khanacademy.org/partner-content/nasa/measuringuniverse/spacemath1/a/planets-epicycles>

Aby orbita była okręgiem, siła grawitacji musi zrównać się z siłą dośrodkową potrzebną do utrzymania ciała na orbicie:  $F_{\text{graw}} = F_{\text{dośr}}$

Jeśli to równanie nie zostanie zachowane, otrzymamy orbitę nie kołową - najczęściej eliptyczną.

Dla  $F_{\text{graw}}$  większej niż wystarczająca do utrzymania ciała na orbicie kołowej:

$$F_{\text{graw}} > F_{\text{dośr\_orbity\_kołowej}}$$

zakrzywienie orbity będzie silniejsze dla zadanej prędkości i promienia → nie ruch po okręgu, ale po elipsie.

Natomiast jeśli  $F_{\text{graw}} < F_{\text{dośr\_orbity\_kołowej}}$

→ ciało ma skłonność do oddalania się od planety; mamy (zależnie od wartości jego prędkości) następujące krzywe:

- **wydłużoną elipsę** (prędkość stosunkowo niewielka)
- **hiperbole** (w granicznym przypadku prędkości ( $v$  jest równe tzw. drugiej prędkości kosmicznej dla promienia orbity) ciało będzie oddalać się od planety coraz wolniej, aż do „nieskończoności”, gdzie w teorii powinno się zatrzymać
- **parabolę** dla jeszcze większych prędkości (w tym przypadku ciało też oddali się do nieskończoności i już nie wróci).

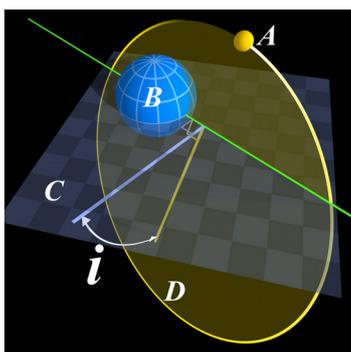
## Parametry orbity

**Półoś** - połowa dłuższej osi symetrii elipsy.

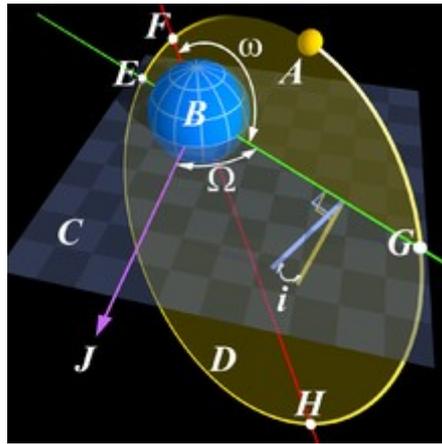
**Ekscentryczność, mimośród** – charakteryzuje kształt orbity, opisywanej równaniem parametrycznym krzywej stożkowej. Oznacza się ją symbolem  $e$ , jest używana przy opisie toru ruchu ciała obiegającego drugie ciało pod wpływem siły grawitacji, jest związana z energią całkowitą układu oddziałujących mas i wartością całkowitego momentu pędu:

$$e = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{\mu\alpha^2}},$$

**Inklinacja, nachylenie orbity** – kąt pomiędzy płaszczyzną orbity a płaszczyzną odniesienia (najczęściej - płaszczyzną ekliptyki).



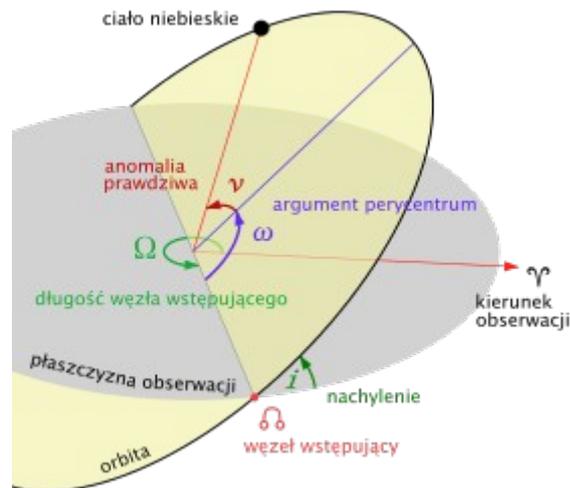
**Długość węzła wstępującego ( $\Omega$ )** - kąt liczony w wybranej płaszczyźnie (często w płaszczyźnie równika ciała centralnego, wokół którego krąży ciało opisywane) od pewnego ustalonego kierunku do punktu, w którym poruszające się po orbicie ciało przekracza tę płaszczyznę ze strony południowej na północną (węzeł wstępujący). W przypadku ciała obiegającego Słońce kąt ten mierzony jest w płaszczyźnie ekliptyki, z wierzchołkiem w Słońcu i ramionami, z których jedno jest skierowane do punktu równonocy wiosennej (punktu Barana), a drugie do węzła wstępującego orbity. Kąt  $\Omega$  liczony jest w kierunku ruchu Ziemi wokół Słońca.



**Argument perycentrum, anomalia perycentrum ( $\omega$ )** – określa orientację orbity w jej płaszczyźnie. Jest to kąt pozycyjny mierzony w płaszczyźnie orbity między kierunkami od ciała centralnego do węzła wstępującego i do perycentrum. Kąt  $\omega$  liczony jest w kierunku ruchu ciała opisywanego na orbicie.

**Odległość perycentrum** – jeden z elementów orbitalnych orbity keplerowskiej, opisuje minimalną odległość, na jaką ciało może zbliżyć się do masy centralnej. Jego związek z półosią wielką ( $a$ ) i mimośrodem ( $e$ ) opisuje zależność:  $q = a(1-e)$

**Anomalia prawdziwa  $v$ ,  $\theta$  lub  $\vartheta$**  – kąt zawarty pomiędzy kierunkiem od ogniska orbity do perycentrum a kierunkiem od ogniska do ciała na orbicie:



**Linia apsyd** – linia łącząca dwa punkty orbity ciała niebieskiego, w których jest ono odpowiednio najbliżej i najdalej od ciała obieganego.

LEO - orbity niskie  
MEO - orbity średnie  
HEO - wydłużone orbity eliptyczne  
GEO - orbita geostacjonarna

