

Sieć satelitów GPS

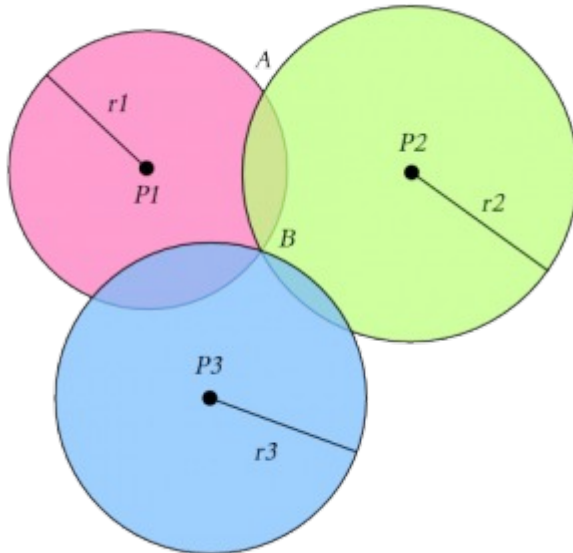
GPS – na przykładzie Navstar

- Navstar GPS (*Navstar Global Positioning System*) powstał w latach siedemdziesiątych na potrzeby amerykańskiej armii. Miał dać przewagę na polu walki. 10 lat po wystrzeleniu pierwszego satelity podjęto decyzję o dopuszczeniu do korzystania z systemu także cywilów. O w pełni działającym systemie można mówić dopiero od roku 1995.
- Obecnie Navstar składa się z ponad 30 satelitów, które muszą być systematycznie uzupełniane, w miarę jak stare model wyczerpują się po około 10-12 latach.
- Segment kosmiczny systemu stanowią co najmniej 24 satelity krążące po 6 orbitach - po 4 na każdej. Satelity okrążają Ziemię dwukrotnie w ciągu doby. Z każdego miejsca Ziemi jest jednocześnie widocznych co najmniej 5 satelitów (prawdopodobieństwo widoczności przynajmniej 5 satelitów wynosi 99.96%).
- Umieszczone na orbicie satelity to jeden z trzech elementów całego systemu. Drugim są centra kontrolne – główne, w bazie lotniczej Shriever (Colorado, USA) i zapasowe, w bazie powietrznej Vandenberg (California, USA). Trzeci element to odbiorniki sygnału (także prywatne). Segment naziemny GPS jest odpowiedzialny za odbieranie sygnałów od satelitów i obliczanie na tej podstawie poprawek do ich pozycji (efemeryd). Poprawki te są odsyłane z powrotem do satelitów.



System NavStar. Źródło: <http://www.kt.agh.edu.pl/~brus/satelity/navi.html>

- Do wyznaczania pozycji wykorzystywana jest **triangulacja** (jej odmiana - **trilateracja**) – ale w dużo bardziej złożonej formie. Będąc w terenie można, z jej pomocą, wyznaczyć aktualną pozycję wybierając trzy punkty orientacyjne i określając przypuszczalną odległość do każdego z nich. Po wykreśleniu na mapie okręgów, o promieniach równych przypuszczalnej odległości do wybranych punktów orientacyjnych, szukana pozycja będzie w miejscu przecięcia trzech okręgów:



- GPS, do wyznaczenia swojej pozycji, potrzebuje znać odległość do trzech satelitów. Czwarty będzie potrzebny do wyznaczenia wysokości nad poziomem morza.
- Teoretycznie do ustalenia trójwymiarowej pozycji obiektu i dokładnego czasu wystarczyłyby sygnały z czterech satelitów. Zazwyczaj odbiornik GPS śledzi co najmniej 5 satelitów, dla większej dokładności obliczeń i na wypadek utraty sygnału od jednego z nich. Sygnały zawierają informacje, od którego satelity pochodzą i kiedy zostały nadane, przesyłana jest także poprawka ich aktualnej pozycji obliczona przez naziemne stacje kontrolne. Na tej podstawie odbiornik GPS, znając teoretyczne pozycje satelitów, może obliczyć :
 - prawdziwe pozycje satelitów w danym momencie
 - odległości odbiornik-satelita, na podstawie czasu transmisji sygnału do odbiornika
 - swoją pozycję.
- Po włączeniu odbiornika GPS konieczna jest synchronizacja z zegarami satelitów (ustalenie dokładnego czasu), stąd konieczność odbioru sygnału nie z trzech lecz z czterech satelitów (dla ustalenia czterech niewiadomych - trzy współrzędne przestrzenne i czas - konieczne są cztery informacje).
- Każdy satelita GPS wysyła sygnał, którego najważniejszą składową jest czas nadania. Odbiornik GPS porównuje czas nadania sygnału z czasem jego otrzymania i w ten sposób oblicza czas podróży sygnału. Ponieważ prędkość sygnału jest stała i znana (= prędkości światła), obliczenie odległości wymaga jedynie pomnożenia czasu przez prędkość.
- Każdy z satelitów posiada 4 zegary atomowe (po dwa cezowe i rubidowe) odliczające czas z dokładności do 1 sekundy na 100 tys. lat. Dzięki temu zegary wszystkich satelitów wskazują

tą samą godzinę. Bez tak wysokiej precyzji, dokładność GPS byłaby dużo mniejsza niż obecne 7-8 metrów.

- **Trzeba jednak brać pod uwagę poprawki:**
 - wpływ najwyższych warstw atmosfery na prędkość światła
 - efekty relatywistyczne
 - błędy odbiornika - szumy zakłócające transmisję
 - opóźnienie jonosferyczne - zaburzenia w prędkości rozchodzenia się sygnałów z satelit w jonosferze (błąd około 7 m)
 - opóźnienie troposferyczne - analogiczne zjawisko w troposferze wywołane zmianami wilgotności, temperatury i ciśnienia powietrza (± 0.5 m)
 - błąd efemeryd - różnice między teoretyczną a rzeczywistą pozycją satelitów (± 2.5 m)
 - niedokładności zegara satelitów (± 2 m)

Jak to dokładnie się oblicza?

Odbiornik GPS wykorzystuje wiadomości otrzymane z satelitów do określenia pozycji satelity i czasu emisji danej wiadomości. Składniki x , y i z pozycji satelity i wysłanego czasu są oznaczone jako $[x_i, y_i, z_i, s_i]$, gdzie indeks dolny i oznacza satelitę i ma wartość $1, 2, \dots, n$, gdzie $n \geq 4$.

Gdy czas odbioru wiadomości wskazany przez zegar pokładowego odbiornika wynosi \tilde{t}_i , prawdziwy czas odbioru wynosi $t_i = \tilde{t}_i - b$, gdzie b - odchylenie zegara odbiornika od znacznie dokładniejszych zegarów GPS wykorzystywanych przez satelity. Odchylenie zegara odbiornika jest takie samo dla wszystkich odbieranych sygnałów satelitarnych (przy założeniu, że wszystkie zegary satelitarne są zsynchronizowane).

Czas przesyłania wiadomości $= \tilde{t}_i - b - s_i$ (inaczej zapisane: $t_i - s_i$) gdzie s_i jest czasem satelitarnym. Zakładając, że wiadomość przebyła prędkość światła, c , przebyta odległość (tu: d) to: $d = (\tilde{t}_i - b - s_i)c$. (Bo: $v = s/t$, $v=c$, $s = tc$)

Dla n satelitów równanie ma postać: $d_i = (\tilde{t}_i - b - s_i)c$, $i = 1, 2, \dots, n$. (1)

Tu: d_i jest chwilową odległością geometryczną między odbiornikiem a satelitą i (wartości bez indeksów dolnych to składowe x , y i z pozycji odbiornika):

$$d_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}$$

Zdefiniujmy tzw. pseudoodległości: $p_i = (\tilde{t}_i - s_i)c$,

Wówczas jednak: $p_i = d_i + bc$, $i = 1, 2, \dots, n$ (bo: (1)).

Ale: równania mają cztery niewiadome $[x, y, z, b]$ - trzy składowe pozycji odbiornika GPS i odchylenie zegara - sygnały z co najmniej czterech satelitów są konieczne do podjęcia próby rozwiązania tych równań. Można je rozwiązać metodami algebraicznymi lub numerycznymi. Gdy n jest większe niż 4, system jest nadokreślony i należy zastosować metodę dopasowania.

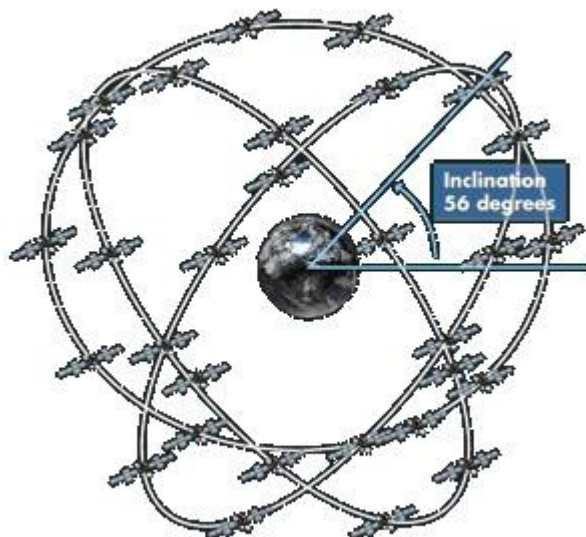
Ilość błędów w wynikach różni się w zależności od lokalizacji odbieranych satelitów na niebie, ponieważ niektóre konfiguracje (gdy satelity te są blisko siebie) powodują większe błędy.

Obserwatorium astronomiczne o kształcie litery Y (rejon Anderson Mesa w północnej Arizonie). Instrument **Navy Precision Optical Interferometer**, należący do wojska i obsługiwany przez astronomów zarówno z US Naval Observatory, jak i słynnego Obserwatorium Lowella, jest największym teleskopem pomagającym mierzyć czas i położenia. Instrument wykorzystuje sieć teleskopów w celu katalogowania i śledzenia dokładnych pozycji gwiazd i ich krótkookresowych ruchów, z ogromną precyzją. Satelity należące do sieci GPS oraz inne satelity i sondy kosmiczne są zależne od dokładnych katalogów gwiazd, dzięki którym są w stanie wytyczać kurs w kosmosie. Bez tych danych satelity GPS nie mogłyby powiedzieć, gdzie jesteśmy. Sprzęt NASA i wszelkie nowoczesne technologie byłyby bezużyteczne, podobnie jak prywatne telefony komórkowe.



*Na zdjęciu: Interferometr optyczny Navy Precision Optical Interferometer z Arizony śledzi ruchy gwiazd, prowadząc satelity GPS niezbędne do wyznaczania pozycji we współczesnym świecie.
Źródło: USNO*

Galileo – europejski system nawigacji satelitarnej, uruchomiony w 2016. System jest równoważną alternatywą do amerykańskiego systemu GPS, rosyjskiego GLONASS i chińskiego Beidou. Ok. 25-30 satelitów.

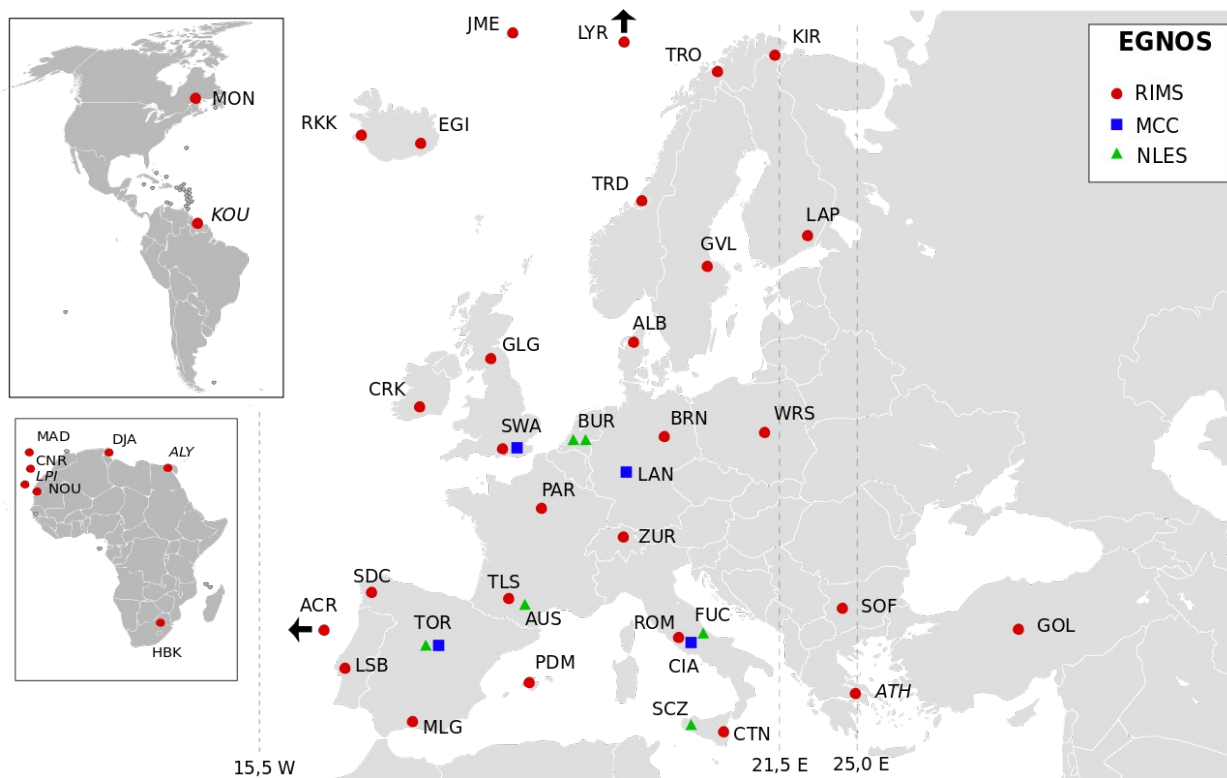


Glonass (*Globalnaja Nawigacjonnaja Satelitarnaja Sistemma*) to rosyjski odpowiednik systemu Navstar. Stan – niezbyt dobry, ale działa do dziś.

Europejski system **EGNOS** (*European Geostationary Navigation Overlay Service*) wspomaga działanie istniejących systemów nawigacji satelitarnej (głównie sieci Navstar). Do odbiorników GPS współpracujących z EGNOS wysyłane są sygnały korekcyjne pochodzące z satelitów geostacjonarnych znajdujących się nad Europą. Sygnały te zawierają korekty pozycji podawanych przez sieć Navstar, co kilkukrotnie zwiększa ich dokładność. Przede wszystkim jednak, EGNOS weryfikuje dane pochodzące z sieci Navstar, sprawdzając, czy nie doszło do awarii tych satelitów lub błędów podczas transmisji.

Segment kosmiczny składa się z trzech satelitów geostacjonarnych obejmujących zasięgiem całą Europę, naziemny - z 40 stacji referencyjnych oraz 6 stacji kontrolnych i kontrolno-testowych:

- 34 stacje pomiarowo-obszaryjne (Ranging and Integrity Monitoring Stations – RIMS) odczytują depeche nawigacyjne z satelitów GPS (w tym jedna w Warszawie),
- 6 stacji transmitujących (Navigation Land Earth Station – NLES) wysyła poprawki do satelitów, które następnie przekazują je do użytkowników,
- 4 stacje kontrolne (Mission Control Center – MCC) przetwarzają dane i obliczają poprawki różnicowe,
- 2 stacje kontrolno-testowe: DVP w Torrejón obok Madrytu oraz PACF (Performance Assessment and Check-out Facility) w Tuluzie



Ilustracja: Rozmieszczenie stacji RIMS, MCC oraz NLES (Wiki/Ikonakt)

Więcej

Historia GPS

<http://gps.wroclaw.pl/historia.html>

Pomiary GPS

<http://gps.wroclaw.pl/pomiary.html>

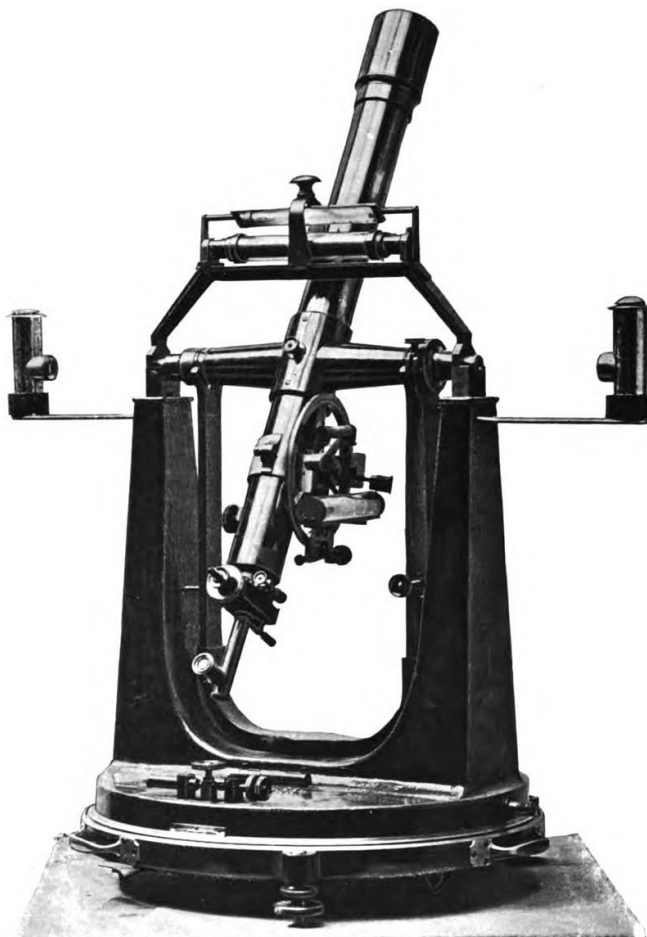
Wyznaczanie szerokości i długości geograficznej bez GPS

Metoda Talcotta (wyznaczanie szerokości geograficznej)

- Szerokość geograficzną można wyznaczyć z jednorazowego pomiaru wysokości gwiazdy o znanej deklinacji w chwili jej przejścia przez południk lokalny.
- Znacznie dokładniejsze rezultaty przynoszą obserwacje w południku dwóch gwiazd tak dobranych, by ich odległości zenitalne były wtedy możliwie małe i by przy tym jedna znajdowała się na północ, a druga na południe od zenitu. Zachodzi wówczas:

$$\begin{aligned} z_S &= \varphi - \delta_S + R_S, \\ z_N &= \delta_N - \varphi + R_N, \quad \rightarrow \quad \varphi = z_S - z_N + \delta_S + \delta_N + R_N - R_S \end{aligned}$$

- Gdy gwiazdy znajdują się blisko zenitu, refrakcja jest mała, a w ostatnim wzorze dwie niemal jednakowe refrakcje się odejmują.
- Precyzyjne pomiary szerokości geograficznej prowadzone są nieustannie (jest to tzw. służba szerokościowa) w celu śledzenia zmian szerokości geograficznej (rzędu 1"), a przez to - ruchu biegunów na powierzchni Ziemi.
- Teleskop zenitalny to rodzaj teleskopu, który jest przeznaczony do „patrzenia” prosto w górę - w pobliże zenitu. Umożliwia precyzyjne pomiary pozycji gwiazd. Klasyczny teleskop zenitalny wykorzystuje mocne mocowanie altazymutalne, wyposażone w śruby poziomujące. Dołączone są wyjątkowo czułe poziomy. Ma okular wyposażony w mikrometr. Służy do pomiaru niewielkich różnic odległości zenitalnych i do wyznaczania szerokości astronomicznej.



Na zdjęciu: Teleskop zenitalny – 1898.

Metoda Piewcowa (wyznaczanie szerokości geograficznej)

- polega na obserwacji przejść **na tej samej wysokości dwóch gwiazd**, które znajdują się w czasie obserwacji po tej samej stronie południka i symetrycznie względem pierwszego wertykału (pomiar czasu przejścia dwóch gwiazd przez ten sam almukantarat - linię tej samej wysokości).
- jeśli gwiazdy w momencie pomiaru znajdują się symetrycznie po obu stronach pierwszego wertykału - minimalizuje się błędy pomiaru czasu
- Odległości zenitalne gwiazdy „południowej” i „północnej” Z_s i Z_n oraz ich azymuty A_s i A_n w momencie obserwacji:

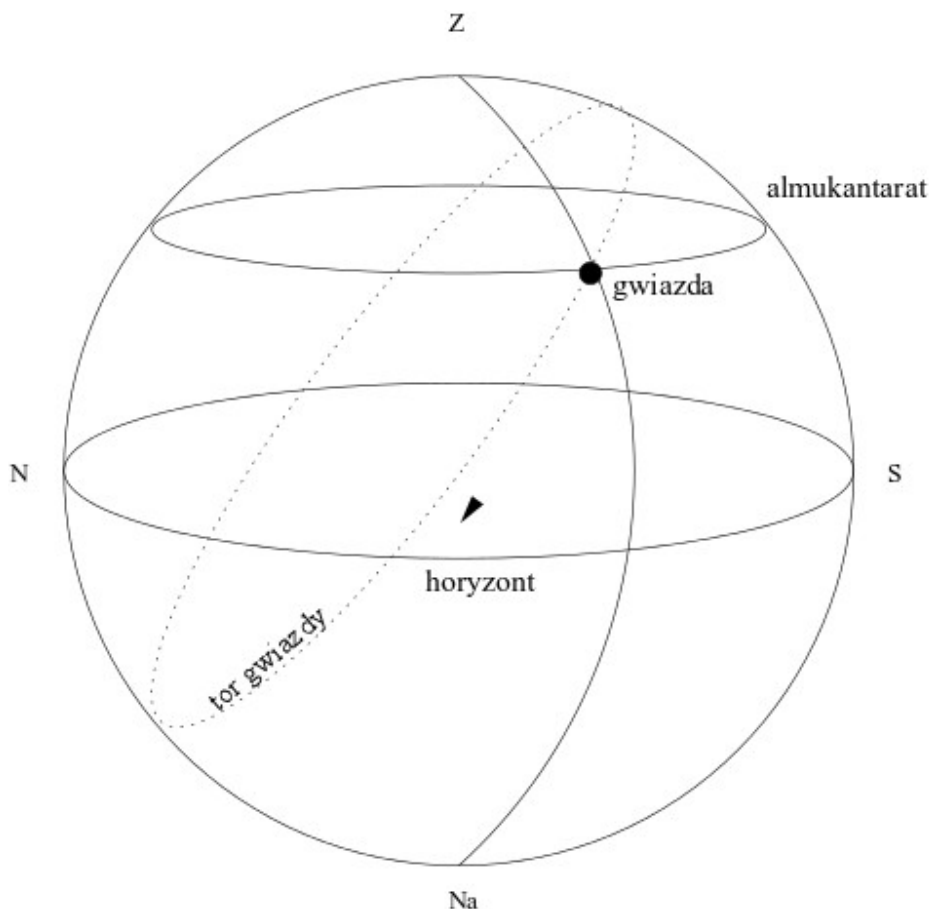
$$Z_s = Z_n,$$

$$A_s = a \text{ (tzw. azymut pary)}$$

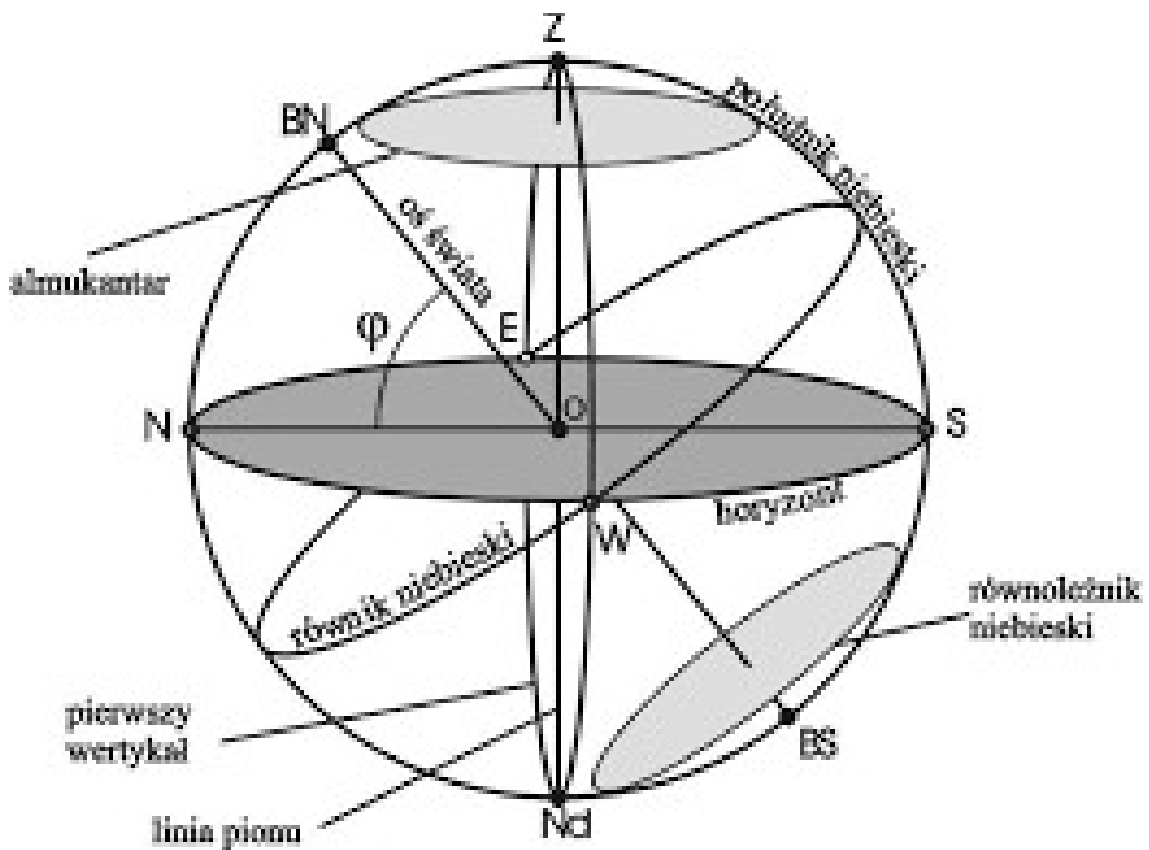
$$A_n = 180^\circ - a$$

Ale: ze względów praktycznych obserwujemy tylko takie pary gwiazd, dla których:

$10^\circ < Z < 60^\circ - 70^\circ$, $5^\circ - 10^\circ < a < 30^\circ - 40^\circ$, przejścia gwiazd przez ten sam almukantarat powinny zachodzić w odstępie czasu od około 2m do 10m.



Więcej w opracowaniu **W. Szulakowski, Wyszukiwanie par gwiazd z katalogu współrzędnych do obserwacji metodą Piewcowa.**



Skąd się bierze wzór na wysokość ciał na tym samym almukantarcie? Jeszcze raz:

- współrzędne azymutalne \rightarrow równikowe $(A, z) \rightarrow (t, \delta)$:

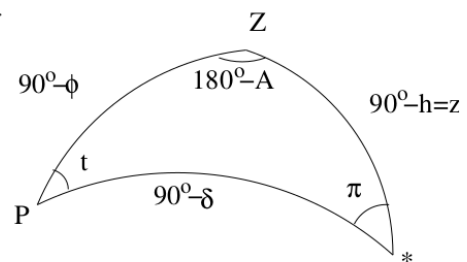
$$\sin \delta = \sin \phi \cos z - \cos \phi \sin z \cos A$$

$$\cos \delta = \sqrt{1 - \sin^2 \delta}$$

$$\cos z = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos t$$

$$\cos t = \frac{\cos z - \sin \phi \sin \delta}{\cos \phi \cos \delta}$$

$$\sin t = \sin z \sin A / \cos \delta$$



Wyznaczanie długości geograficznej

- Sprowadza się do znalezienia różnicy między czasem lokalnym T (jest nim lokalny czas średni słoneczny) i czasem Greenwich (uniwersalny UT)
- Obecnie długość geograficzną wschodnią uznajemy za dodatnią.
- T jest równe powiększonemu o 12 godzin kątowi godzinnemu Słońca średniego, a kąt godzinny to różnica czasu gwiazdowego i rektascensji Słońca.
- Wyznaczenie własnej długości geograficznej polega na znalezieniu czasu gwiazdowego w miejscu obserwacji - jako rektascensji gwiazdy górującej. UT jest znany.