

Wyszukiwanie par gwiazd z katalogu współrzędnych do obserwacji metodą Piewcowa

Metoda Piewcowa wyznaczania szerokości geograficznej, prócz cennych zalet, ma jedną przykrą wadę — uciążliwe wyszukiwanie par gwiazd, spełniających wymagane przy obserwacji warunki. To właśnie było główną przyczyną, która ograniczyła jej szerokie i powszechne stosowanie. Mimo to jednak metoda Piewcowa zdołała sobie zyskać stosowalność w warunkach polowych i wśród geodetów. Dzięki jej zaletom, nawet małymi i prostymi narzędziami, w warunkach prymitywnych, można stosunkowo łatwo otrzymać pewny wynik pomiaru. Poniżej rozważymy możliwości łatwiejszego wyszukiwania par gwiazd do obserwacji tą metodą.

Jak wiadomo, wyznaczanie szerokości geograficznej sposobem Piewcowa polega na obserwacji przejść na tej samej wysokości dwóch gwiazd, po tej samej stronie południka i symetrycznie względem pierwszego wertykału. Tak więc odległości zenitalne gwiazdy południowej i północnej Z_s i Z_n oraz ich azymuty A_s i A_n w momencie obserwacji powinny spełniać związki:

$$Z_s = Z_n, \quad A_s = a, \quad A_n = 180^\circ - a \quad (1a)$$

gdzie a będziemy nazywać azymutem pary.

Ale ze względów praktycznych obserwujemy tylko takie pary, które spełniają warunki:

$$\begin{aligned} 10^\circ < z < 60^\circ \div 70^\circ \\ 5^\circ \div 10^\circ < a < 30^\circ \div 40^\circ \end{aligned} \quad (1b)$$

Do tych warunków dochodzi jeszcze jeden, że przejścia gwiazd przez tą samą wysokość powinny zachodzić w odstępie czasu od około 2^m do 10^m .

Obecnie zajmujemy się problemem wynajdywania par gwiazd, które spełniałyby wyżej podane warunki (1). Problem ten jest o tyle ważny, że stosunkowo rzadko można skorzystać z gotowych efemeryd. Jest to spowodowane niedostateczną ilością takich efemeryd, a poza tym pary Piewcowa rozchodzą się na skutek precesji; efemerydy są ważne tylko w wąskim przedziale szerokości geograficznej (od paru do około $30'$). Wszystko

to powoduje, że aby obserwować pary Piewcowa, często musimy najpierw zająć się ich wyszukaniem i obliczeniem efemerydy.

Dotychczas zostało podanych kilka metod wyszukiwania par gwiazd do obserwacji metodą Piewcowa¹⁾ ale wszystkie one są uciążliwe i czasochłonne. We wszystkich tych metodach posługujemy się pewną siatką wykonaną na przezroczystym papierze i nakładaną na mapę nieba. Mapa nieba powinna obejmować duży przedział deklinacyjny, a często powinna to być mapa biegunowa obejmująca nawet niskie deklinacje południowe. Jest to poważna wada, gdyż map takich normalnie nie spotyka się. Poza tym, wskutek małej dokładności wiele par w ten sposób wybranych odpada, jako nie spełniające wymaganych warunków. Ze wszystkich sposobów, w praktyce problem ten rozwiązuje jedynie metoda podana przez prof. S. Piotrowskiego²⁾. Jednak mimo znacznych uproszczeń w stosunku do pozostałych metod, sposób ten daje nadal niewystarczającą dokładność w określeniu interwału czasu obserwacji pomiędzy gwiazdami i wybrane w ten sposób pary należałoby kontrolować przez próbne liczenie. Jest to zupełnie oczywiste, jeżeli weźmie się pod uwagę, że 15' błędu w deklinacji albo w nałożeniu specjalnie wykonanej siatki na mapę nieba, może spowodować różnicę w odstępie czasu obserwacji gwiazd w niektórych wypadkach nawet o 1/2 godz. Tymczasem, posługując się mapą nieba, należy nieraz liczyć się z błędem tych wielkości dochodzącym do 0,05.

Ponizej podany sposób wybierania par gwiazd do obserwacji metodą Piewcowa jest zupełnie różny od tamtych, gdyż wyszukiwanie par jest przeprowadzane nie z atlasu, lecz bezpośrednio z katalogu współrzędnych. Wybrane tak pary są już definitywnie parami Piewcowa o znanych odstępach czasu pomiędzy obserwacją gwiazdy południowej i północnej. Sposób ten pozwala wybierać także gwiazdy dowolnie słabe i może być stosowany bez trudu dla mniejszych szerokości geograficznych.

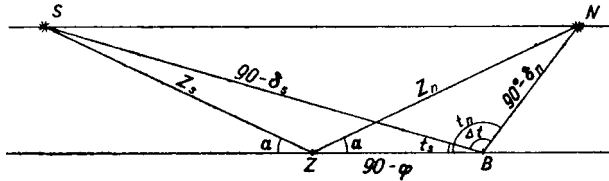
Na pozór wyszukiwanie par Piewcowa wprost z katalogu współrzędnych wydaje się zbyt trudne. Jednak przez zastosowanie odpowiedniego diagramu i metody postępowania, pary takie można stosunkowo łatwo wyznajdywać. Poza tym uzyskujemy znaczne ułatwienie w obliczaniu efemeryd. Diagram powinien być sporządzony dla szerokości geograficznej różniącej się od miejsca obserwacji nie więcej niż 30' i opracowanie jego w

¹⁾ M. Kamiński „Determination of Latitude by the Method of Equal Altitudes of Different Stars (Piewzow's Method)“ Warsaw 1927. Publications of the Astronomical Observatory of the Warsaw University, Vol. 3, Part. 1, 1927.

A. Orloff „Graphische Methode zur Auswahl der Sternpaare für die Breitenbestimmung nach der Methode gleicher Zenitdistanzen“ Publikationen Keiserlichen Universitäts-Sternwarte zu Jurjew (Dorpat), 21, 1911.

²⁾ S. Piotrowski „A graphic method of finding star pairs for the determination of latitude by the method of equal altitudes“. Act. Astr. Ser. a, Vol. 4, Pg. 25-60, 1939.

sposób podany niżej wymaga od około 1 do 1,5 godz. czasu. Diagramy takie jednak mogą być wydane w postaci atlasu dla całego przedziału szerokości geograficznej, w którym opłaca się stosowanie metody Piewcowa (od 20° do 70°). Dla opracowania diagramu we własnym zakresie, służą podane dwa nomogramy. Opis i sposób posługiwania się nimi mieści się w końcu niniejszej pracy.



Rys. 17

Dla bliższego rozpatrzenia naszego problemu, weźmy pod uwagę trójkąty sferyczne (rys. 17) utworzone przez parę gwiazd i zenit — ΔSNZ , przez parę gwiazd i biegun — ΔSNB oraz trójkąty paralaktyczne gwiazd tworzących parę — ΔSZB i ΔNZB . Stosując do tych trójkątów wzory Gaussa, można otrzymać:

$$\sin \delta_n + \sin \delta_s = 2 \cdot \sin \varphi \cdot \cos z \quad (2)$$

$$\sin \delta_n - \sin \delta_s = 2 \cdot \cos \varphi \cdot \cos a \cdot \sin z \quad (3)$$

$$\sin z \cdot \sin a = \cos \delta_s \cdot \sin t_s - \cos \delta_n \cdot \sin t_n \quad (4)$$

$$\cos \Delta t = \frac{1 - \sin \delta_n \sin \delta_s - 2 \sin^2 z \cos^2 a}{\cos \delta_n \cos \delta_s} \quad (5)$$

Wprowadzając oznaczenia:

$$A = \sin \delta_n + \sin \delta_s \quad ; \quad \alpha = A/2 \sin \varphi$$

$$B = \sin \delta_n - \sin \delta_s \quad ; \quad \beta = B/2 \cos \varphi \quad (6)$$

$$C^2 = 1 - \alpha^2 - \beta^2 \quad ; \quad \gamma = \text{ctg } \varphi \cos a$$

ze wzorów (2) i (3) można otrzymać:

$$\cos z = \alpha \quad (7)$$

$$\sin^2 a = \frac{c^2}{1 - \alpha^2} \quad (8)$$

$$c = \cos \delta_s \sin t_s = \cos \delta_n \sin t_n \quad (9)$$

oraz

$$\cos \Delta t = \frac{1 - \sin \delta_n \sin \delta_s - \frac{(\sin \delta_n - \sin \delta_s)^2}{2 \cos^2 \varphi}}{\cos \delta_n \cdot \cos \delta_s} \quad (10)$$

gdzie

$$\Delta t = |t_n - t_s|.$$

Ze wzorów (2) i (3) można otrzymać również związek pomiędzy azymutem pary i szerokością geograficzną miejsca obserwacji (γ), a deklinacją gwiazd (A , B):

$$B^2 + \gamma^2 A^2 - 4 \gamma^2 \sin^2 \varphi = 0 \quad (11)$$

a stąd

$$\sin \delta_n = \frac{1 - \gamma^2}{1 + \gamma^2} \sin \delta_s + \frac{2\gamma}{1 + \gamma^2} \sqrt{(1 + \gamma^2) \sin^2 \varphi - \sin^2 \delta_s};$$

$$\sin \delta_s = \frac{1 - \gamma^2}{1 + \gamma^2} \sin \delta_n - \frac{2\gamma}{1 + \gamma^2} \sqrt{(1 + \gamma^2) \sin^2 \varphi - \sin^2 \delta_n};$$

Obecnie zastanówmy się, jakie deklinacje mogą posiadać gwiazdy, tworzące pary Piewcowa na szerokości geograficznej φ i przy warunkach (1). W praktyce zawsze wystarcza prosty rachunek przybliżony i jako ostateczne wzory na przedziały deklinacji gwiazdy południowej δ_s i północnej δ_n dostaniemy:

$$\begin{aligned} \varphi - 60^\circ < \delta_s < \varphi - 10^\circ \\ \varphi + 10^\circ < \delta_n < \varphi + 60^\circ & \quad \text{dla } 10^\circ < \varphi < 25^\circ \\ \varphi + 10^\circ < \delta_n < 85^\circ & \quad \text{dla } 25^\circ \leq \varphi < 55^\circ \\ 120^\circ - \varphi < \delta_n < 85^\circ & \quad \text{dla } 55^\circ \leq \varphi < 80^\circ \end{aligned} \quad (12)$$

Na podstawie powyższych związków można obmyśleć następujący sposób wyszukiwania par Piewcowa wprost z katalogu współrzędnych gwiazd. Dla danej szerokości geograficznej φ można wg (12) określić przedział deklinacji gwiazd północnych i południowych, a następnie wg wzoru (10) (albo wygodniej za pomocą nomogramu 1) dla różnych deklinacji południowych otrzymać diagram dla wartości różnicy rektascenzji $|\Delta\alpha| = |\Delta t|$ (gdzie Δt — różnica kątów godzinnych), jako funkcję deklinacji gwiazd północnych δ_n . Dla określenia obszaru diagramu, w którym są spełnione warunki (1), należy z równania (11), albo wygodniej z nomogramu 2, obliczyć wartości δ_n dla różnych wartości δ_s przy skrajnych wartościach azymutu, np. $a = 6^\circ$ i $a = 40^\circ$. Następnie, otrzymane w ten sposób wartości należy nanieść na odpowiednich krzywych δ_s . Warunek otrzymania odpowiednich odległości zenitalnych jest już uwzględniony na diagramie poprzez (12).

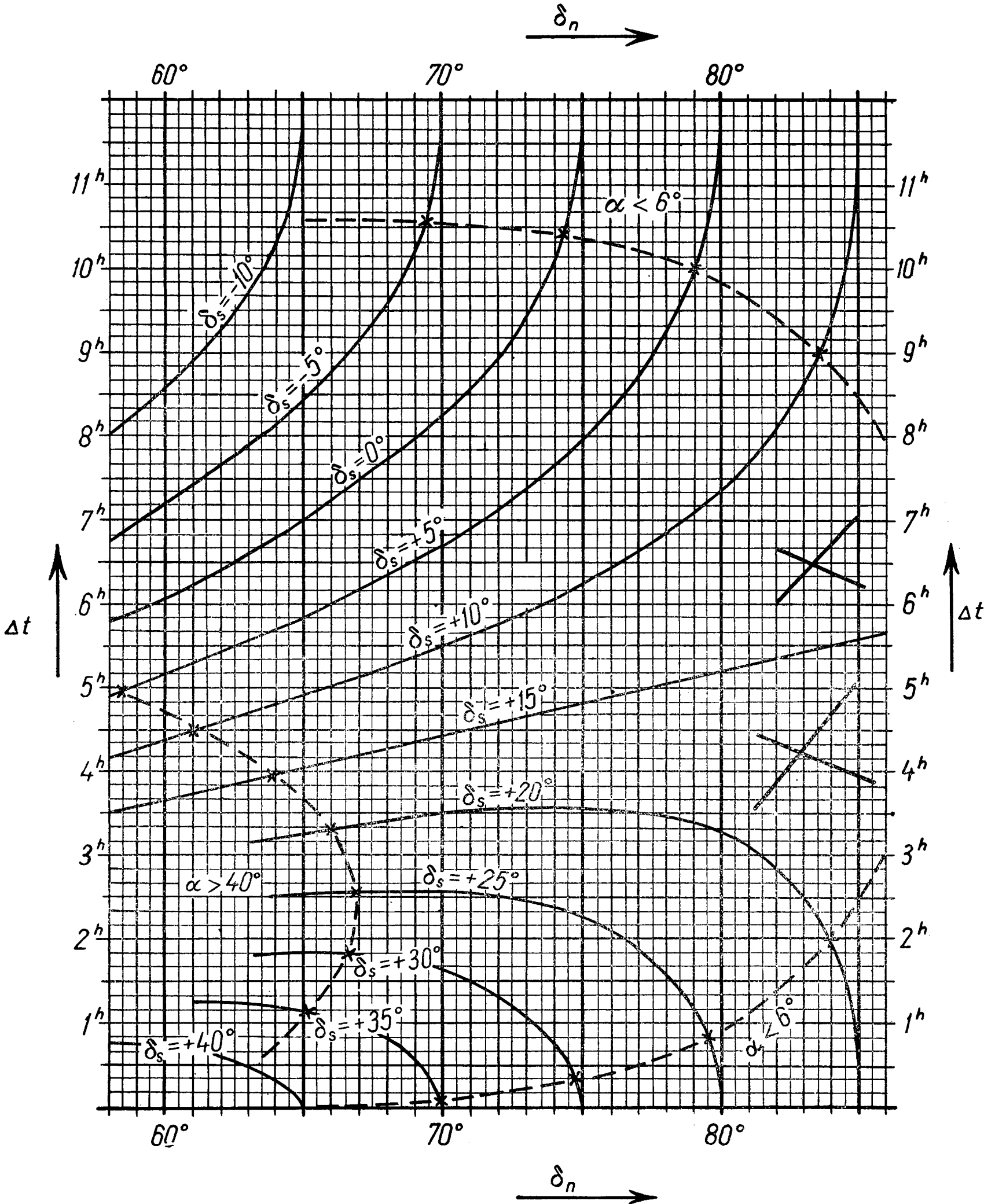
Mając diagram, przystępujemy do wyboru par Piewcowa w ten sposób, że z wartości deklinacji gwiazd δ_s i δ_n otrzymujemy z diagramu wartość Δt , która może być o 10 czy 15 minut czasu różna od wartości różnicy rektascenzji gwiazd $|\Delta\alpha|$, otrzymanych z katalogu współrzędnych.

Dla szybkiego otrzymania par Piewcowa, gotowych do obserwacji, zadanie nasze dzielimy na trzy części:

1. Sporządzenie diagramu dla szerokości geograficznej miejsca obserwacji,
2. Wybór par Piewcowa.
3. Obliczenie efemeryd.

DIAGRAM

kątów godzinnych par Piewcowa Δt
dla szerokości geograficznej $\varphi = 52,5^\circ$



Dla lepszego zobrazowania metody, całkowite wykonanie tego zadania przeprowadzimy na przykładzie gwiazdy 40Cas, dla szerokości geograficznej Poznania $\varphi = 52^{\circ}24'$.

Sporządzenie diagramu dla wyboru par Piewcowa dla danej szerokości geograficznej φ ma przebieg następujący.

Dla szerokości geograficznej zaokrąglonej do najbliższej wartości całkowitych lub połówek stopnia, szacujemy wg (12) przedziały deklinacji gwiazd południowych δ_s i północnych δ_n oraz obliczamy wartość $\delta_{os} = 2\varphi - 90^{\circ}$. Następnie układamy tablicę 1, w której na czele kolumn wypisujemy korągło co 5° deklinacje gwiazd północnych, a na czele wierszy także co 5° deklinacje gwiazd południowych począwszy od δ_{os} tak, aby pokryć cały przedział.

W tak otrzymanej tablicy wykreślamy przekątne przecinające się dla wartości $\delta_s = \delta_{os}$ i $\delta_n = 90^{\circ}$, przy czym sam punkt ich przecięcia może znajdować się poza tablicą.

Tablica 1

Observatorium Poznańskie, $\varphi = 52^{\circ}24'$

$$\varphi_0 = 52^{\circ}.5$$

$$\delta_{os} = 2\varphi_0 - 90^{\circ} = +15^{\circ}$$

$$+60^{\circ} < \delta_n < +85^{\circ}$$

$$-10^{\circ} < \delta_s < +45^{\circ}$$

$\delta_n \backslash \delta_s$	+ 60°	+ 65°	+ 70°	+ 75°	+ 80°	+ 85°
- 10°	8 ^h 35 ^m	12 ^h				
- 5°	7 10	8 27	12 ^h			
0°	6 05	6 59	8 16	12 ^h		
+ 5°	5 10	5 51	6 42	7 57	12 ^h	
+ 10°	4 23	4 54	5 29	6 18	7 20	12 ^h
+ 15°	×	4 03	×	×	5 13	×
+ 20°	×	3 16	3 29	3 34	3 18	0 ^h
+ 25°	×	2 32	2 34	2 17	0 ^h	
+ 30°	×	1 51	1 38	0 ^h		
+ 35°	1 15	1 09	0 ^h			
+ 40°	0 44	0 ^h				

W pozostałych częściach tablicy, wewnątrz przekątnych, przeprowadzamy obliczenia wartości Δt wg wzoru (10), lub łatwiej i szybciej za pomo-

cą nomogramu 1. Dla wiersza odpowiadającego δ_{os} wystarczy obliczyć tylko dwie wartości, dla pierwszej i przedostatniej kolumny, a wartości pozostałe interpolować liniowo. Dla wykreślonej górnej przekątnej wszędzie należy wpisać $\Delta t = 12^h$, a dla dolnej $\Delta t = 0^h$.

Następnie przystępujemy do sporządzenia diagramu. Z powodzeniem wystarczy tu użyć zwykłego arkusza kancelaryjnego papieru w kratkę. Na osi rzędnych y odkładamy Δt od 0^h do 12^h w skali $1^h = 3$ cm. Na osi odciętych x odkładamy deklinacje gwiazd północnych δ_n w skali 0,5 cm na 1° — dla małych szerokości geograficznych i 1 cm na 1° — dla większych szerokości geograficznych.

Następnie dla każdej deklinacji δ_s наносimy wartość Δt jako funkcję δ_n i lekko, zwykłym ołówkiem, przeprowadzamy odręcznie „na oko” linie tak, jak to jest przedstawione na diagramie. Krzywe te wykańczamy potem ołówkiem kopiowym lub atramentem i oznaczamy odpowiadającymi im deklinacjami δ_s .

Obecnie przystępujemy do obliczenia dla skrajnych wartości azymutów (np. dla $a = 6^\circ$ i $a = 40^\circ$) z wartości δ_s w tablicy 1, odpowiadających im deklinacji północnych δ_n wg nomogramu 2 (tablica 2). Następnie zaznaczamy punktami na wszystkich krzywych δ_s skrajne azymuty par przez naniesienie wartości δ_n na odpowiednich krzywych δ_s i łączymy linią, która będzie odcinać nam te części diagramu, gdzie nie są spełnione warunki (1).

Mając już diagram, przystępujemy do sporządzenia na dobrze przezroczystym papierze podziałki, która ułatwi interpolację δ_s (rys. 18). W tym celu należy wykreślić odcinek AB , większy od odciętej odpowiadającej różnicy deklinacji równej pięciu stopniom na podziałce δ_n . W odległości 2 lub 3 razy większej niż AB , наносimy punkt O . Następnie przez O pro-

Tablica 2

δ_s	-5°	0	$+5^\circ$	$+10^\circ$	$+15^\circ$	$+20^\circ$	$+25^\circ$	$+30^\circ$	$+35^\circ$
δ_n dla $a = 6^\circ$	69 ^o .4	74 ^o .3	79 ^o .1	83 ^o .6	86 ^o .4	84 ^o .0	79 ^o .7	74 ^o .8	69 ^o .9
δ_n dla $a = 40^\circ$	49 ^o .3	53 ^o .5	57 ^o .4	60 ^o .9	63 ^o .8	65 ^o .9	66 ^o .9	66 ^o .7	65 ^o .2

wadzimy pęk prostych, które dzielą odcinek AB na równe części, odpowiadające ułamkom i całkowitym stopniom (od 0° do 5°). Proste te utworzą zbieżną skalę do liniowej interpolacji przedziałów o różnej wielkości. Kreśląc jeszcze parę odcinków równoległych do AB , dostajemy gotową podziałkę, która znacznie zwiększy dokładność i ułatwi interpolację deklinacji gwiazd południowych na diagramie.

Obecnie możemy przystąpić do wyszukiwania par Piewcowa.

Wyszukiwanie par Piewcowa z katalogu współrzędnych gwiazd możemy przeprowadzać biorąc pod uwagę dobę, albo przedział czasu o rozwar-tości przynajmniej 2 do 3 godzin. Wyszukiwanie par przeprowadzamy

w ten sposób, że najpierw wyszukujemy z katalogu współrzędnych gwiazdę dogodną do obserwacji, której deklinacja zawiera się w przedziałach dla par Piewcowa. Gwiazdę taką wypisujemy na arkuszu papieru wraz ze współzrzednymi: rektascenzję z dokładnością do $0^m 1$ i deklinację do $1'$. Deklinacja gwiazdy określa nam na diagramie przedział deklinacji gwiazd, z którymi może tworzyć pary. Należy więc obecnie przeglądając katalog współrzędnych wyszukiwać takie deklinacje gwiazd, które należą do tego przedziału, a które także spełniają związek:

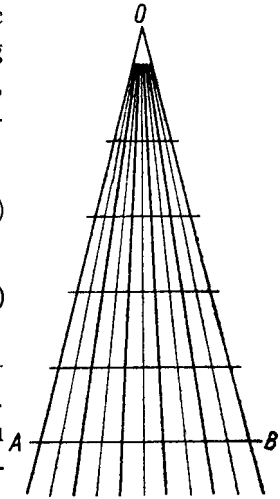
$$|| \Delta\alpha | - \Delta t | = n < 10 \div 15 \text{ minut} \quad (13)$$

gdzie:

$$\begin{matrix} E + \\ W - \end{matrix} \Delta\alpha = \alpha_n - \alpha_s < 12^h, \quad (14)$$

przy czym n jest to odstęp czasu pomiędzy obserwacją na tej samej wysokości jednej i drugiej gwiazdy. W ten sposób rektascenzja wybranej na początku gwiazdy określa także przedział rektascenzji, w którym należy poszukiwać gwiazdy o określonych deklinacjach. W praktyce proces ten przebiega bardzo szybko. Wygląda to w ten sposób, że znajdując gwiazdę o odpowiedniej deklinacji, tworzymy różnicę jej rektascenzji z gwiazdą poprzednio wybraną, a następnie „na oko” sprawdzamy, czy ta różnica równa się w przybliżeniu wartości Δt odczytanej z diagramu. W wypadkach niejasnych wybieramy na podziałce któryś z odcinków równoległych do AB i nieco dłuższy niż odstęp między liniami deklinacji δ_s , pomiędzy którymi leży deklinacja naszej gwiazdy południowej. Następnie przykładamy podziałkę do diagramu tak, aby punkty odpowiadające punktom A i B leżały na tych krzywych, oraz aby punkt O na podziałce był skierowany w kierunku ich rozbiegania się i przesuwamy tak, aby na danym odcinku równoległym do AB doprowadzić do przecięcia się deklinacji gwiazdy północnej z deklinacją gwiazdy południowej. Wartość Δt odczytujemy jako rzędną punktu przecięcia się prostej z wybranym odcinkiem równoległym do AB , albo z krzywą δ_s . Błąd maksymalny wartości otrzymanej tą drogą z diagramu, sporządzonego na zwykłym arkuszu papieru kancelaryjnego w kratkę, nie przekracza 2 do 3 minut. Jest to dokładność zupełnie wystarczająca i nie ma potrzeby trudzić się dla jej poprawienia.

Zauważmy jeszcze, że gdy wyszukujemy pary dla całej doby, należy zawsze do gwiazd północnych dobierać gwiazdy południowe. Odwrotne postępowanie jest mniej ekonomiczne, gdyż gwiazd północnych jest mniej i dlatego łatwiej jest dobierać gwiazdy południowe. Natomiast jeśli układamy efemerydy dla niewielkiego określonego przedziału czasowego,



Rys. 18

to wtedy dobieramy gwiazdy północne do gwiazdy południowej, przy czym, jeżeli:

S_1 — planowany początek obserwacji, w czasie gwiazdowym,

S_2 — planowany koniec obserwacji, w czasie gwiazdowym,

to dla rektascenzji tej gwiazdy powinien być spełniony warunek:

$$S_1 - 1^h < \alpha_s < S_2 + 1^h$$

gdzie dla gwiazd o rektascenzji $\alpha_s < S_1$ wybieramy tylko pary zachodnie, a dla $\alpha_s > S_2$ wybieramy tylko pary wschodnie.

Wyszukane pary wypisujemy kolejno wraz ze współrzędnymi jedną pod drugą tak, jak to zrobiono w naszym przykładzie (str. 128) dla gwiazdy północnej 40Cas. Według wzoru (14) można od razu określić, z której strony południka będzie para obserwowana. Dla $\alpha_n - \alpha_s < 0$ para będzie obserwowana na zachodzie, natomiast dla $\alpha_n - \alpha_s > 0$ para jest wschodnią.

Aby otrzymać program dla 24^h wystarczy przeciętnie wyszukać pary dla około 20 do 30 gwiazd północnych. Na jedną godzinę obserwacji powinno wtedy przypadać po kilkanaście par Piewcowa.

Samo wyszukiwanie par przebiega bardzo szybko, gdyż w większości wypadków wystarczy tylko przybliżone oszacowanie, czy różnica rektascenzji z katalogu współrzędnych jest dostatecznie bliska różnicy kątów godzinnych gwiazd pary, którą to wartość podaje nam diagram. $|\Delta\alpha|_{\text{z katalogu}} - \Delta t_{\text{z diagramu}} < (10 \div 15)$ minut.

Natomiast wielokrotnie więcej czasu trzeba poświęcić na obliczenie eferzyd. I dlatego w wypadkach wątpliwych raczej należy zrezygnować z pary. Takie niepewne pary mogą się znajdować w pobliżu $\delta_s = \delta_{os}$, dla których δ_n jest bliskie 85°; w tych częściach diagramu z par Piewcowa rezygnujemy. Należy jeszcze pamiętać, że w wyżej podany sposób wybieramy pary Piewcowa dla szerokości geograficznej diagramu (φ_0), a nie miejsca obserwacji. Na szerokość geograficzną φ można dobierać pary przez uwzględnienie poprawki zależnej od $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$, którą można obliczyć przez różniczkowanie względem $d\varphi$ wzoru (5) z uwzględnieniem (3). Jako ostateczny wynik dostajemy:

$$\Delta \cos \Delta t = - 11,64 \cdot 10^{-4} \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \Delta \varphi' \cdot \tau$$

gdzie $\Delta\varphi'$ — w minutach łuku,

oraz

$$\tau = \frac{\beta^2}{\cos \delta_n \cos \delta_s}$$

Poprawka ta może w niektórych wypadkach przy $\Delta\varphi' = 15'$ przekroczyć nawet 20^m. Różnicę tą jednak można łatwo uwzględnić na naszym

diagramie przez proste dodawanie wartości $\Delta\varphi'$ ze znakiem, do deklinacji gwiazd południowych δ_s . Dla szerokości geograficznej φ , mniejszej o $|\Delta\varphi'|$ od szerokości geograficznej diagramu φ_0 , systematycznie deklinacje gwiazd południowych przyjmujemy za mniejsze o wartość $\Delta\varphi'$; dla szerokości geograficznej φ większej od φ_0 o $|\Delta\varphi'|$, przyjmujemy deklinacje gwiazd południowych δ_s systematycznie większe o $\Delta\varphi'$.

Po wypisaniu wszystkich par Piewcowa w wyżej podany sposób, można przystąpić obok, na tych samych arkuszach, do obliczania ich efemeryd.

Efemerydy par Piewcowa bardzo korzystnie można liczyć wg wzorów (7), (8) i (9) przy czym, gdy $\sin t_n > 0,96$, należy t_n obliczać wg wzoru:

$$t_n = t_s + \Delta t,$$

gdzie Δt jest podane przez wzór (10).

Przy takim liczeniu efemerydy zyskujemy bardzo wiele na czasie, ale musimy znowu korzystać z naszego diagramu, gdyż wzór (10) nie daje w pełni wartości t_n . Po obliczeniu Δt , rzutem oka na diagram orientujemy się, jaką wartość należy przyjąć na t_n — większą czy mniejszą od 6^h . Poza tym, taki sposób liczenia efemeryd nadaje się do tabelaryzacji różnych wielkości, jak α , β itp. Niczym niezastąpione są tu tablice pierwiastków kwadratowych. Rachunek efemerydy za pomocą tych wzorów w zupełności wystarcza prowadzić czterocyfrowo, co daje dokładność do $0^m,1$.

Dla południowych szerokości geograficznych wszystko pozostaje nadal tak samo słuszne, jedynie należy wszędzie zamiast gwiazd północnych brać pod uwagę gwiazdy południowe, a zamiast południowych — północne, oraz szerokość geograficzną i deklinację półkuli południowej liczyć jako dodatnie, a północnej jako ujemne.

Opis i sposób posługiwania się nomogramami 1 i 2.

Nomogram 1 służy do obliczania diagramu, za pomocą którego jest już możliwe wyszukiwanie par Piewcowa wprost z katalogu współrzędnych. Daje on wartość różnicy kątów godzinnych Δt w zależności od deklinacji pary gwiazd δ_n i δ_s , oraz szerokości geograficznej φ . Jest on zbudowany na podstawie związku (10), który można zapisać w postaci:

$$a \cos \Delta t = 1 - \frac{b}{c}$$

gdzie

$$a = \frac{\cos \delta_n \cos \delta_s}{1 - \sin \delta_n \sin \delta_s}; \quad b = \frac{(\sin \delta_n - \sin \delta_s)^2}{1 - \sin \delta_n \sin \delta_s}; \quad c = 2 \cos^2 \varphi.$$

Wielkości a i b są naniesione dla poszczególnych δ_n , jako funkcje δ_s (rys. 19). Krzywe a naniesione są w obszarze ODCB, a odpowiadająca im podziałka δ_s znajduje się na prostej BC. Krzywe b zawarte są w obszarze

PRZYKŁAD WYBORU PAR PIĘWCOWA I OBLICZENIA ICH EFEMERYD
DLA SZEROKOŚCI GEOGRAFICZNEJ OBSERWATORIUM POZNAŃSKIEGO

$$2 \sin \varphi = 1,3846$$

$$2 \cos \varphi = 1,2202$$

$$\sin \varphi = 0,7923$$

$$\cos \varphi = 0,6101$$

$$\varphi = 52^{\circ}24'$$

W	m	α	δ	$\sin \delta$	$\cos \delta$	A	B	α	β	α^2	β^2	C^2	1
40	Cas	1 ^h 35, ^m 0	+ 72°49'	0,9554	0,2954								
55	Ari	3 07, 0	28 55	0,4836	0,8754	1,4390	0,4718	0,9081	0,3867	0,8246	0,1495	0,02581	1
τ	Tau	4 39, 7	22 52	0,3888	0,9213	1,3442	0,5666	0,8483	0,4644	0,7196	0,2157	0,06472	2
3	i Tau	5 00, 5	21 32	0,3670	0,9302	1,3224	0,5884	0,8345	0,4822	0,6964	0,2325	0,07111	3
4	115 Tau	5 24, 6	17 56	0,3080	0,9514	1,2634	0,6474	0,7973	0,5506	0,6357	0,2815	0,08277	4
5	130 Tau	5 51, 9	15 43	0,3043	0,9526	1,2597	0,6511	0,7950	0,5536	0,6320	0,2847	0,08325	5
6	ν Ori	6 05, 0	14 47	0,2551	0,9669	1,2105	0,7003	0,7639	0,5739	0,5835	0,3294	0,08710	6
7	ξ Gem	3 40, 6	12 57	0,2242	0,9746	1,1796	0,7312	0,7444	0,5992	0,5541	0,3590	0,08683	7
8	δ Hyd	4 18, 8	5 52	0,1019	0,9948	1,0573	0,8535	0,6672	0,6995	0,4452	0,4893	0,06554	8
9	γ Aql	2 80, 2	10 30	0,1822	0,9833	1,1376	0,7732	0,7179	0,6397	0,5154	0,4016	0,08304	9
10	5 Peg	5 29, 7	19 07	0,3275	0,9448	1,2829	0,6279	0,8096	0,5146	0,6554	0,2648	0,07974	10
11	λ Peg	4 14, 4	23 20	0,3960	0,9182	1,3514	0,5594	0,8528	0,4584	0,7273	0,2101	0,06260	11
12	μ Peg	3 67, 9	24 22	0,4126	0,9109	1,3680	0,5428	0,8633	0,4448	0,7453	0,1978	0,05686	12
13	α And	2 15, 0	28 51	0,4826	0,8759	1,4380	0,4728	0,9075	0,3875	0,8236	0,1502	0,02628	13
14	δ And	3 49, 0	30 38	0,5095	0,8604	1,4649	0,4459	0,9245	0,3654	0,8547	0,1335	0,01178	14

1	$\sin^2 \alpha$	C	$\sin \alpha$	$\sin t_s$	$\sin t_n$	t_s^0	t_n^0	t_s^h	t_n^h	1
1	0,1472	0,1606	0,3837	0,1885	0,5437	10°34'	32°56'	0°42, ^m 3	2°11, ^m 7	1
2	0,2308	0,2544	0,4804	0,2761	0,8612	16 02	59 27	1 04, 1	3 57, 8	2
3	0,2842	0,3267	0,4839	0,2867	0,9028	16 40	64 32	1 06, 7	4 18, 1	3
4	0,2272	0,2877	0,4766	0,3024	0,9739*	17 36	77 06*	1 10, 4	5 08, 4	4
5	0,2262	0,2855	0,4756	0,3029	0,9766*	17 38	77 51*	1 10, 5	5 11, 4	5
6	0,2091	0,2951	0,4573	0,3052	0,9990*	17 46	87 47*	1 11, 1	5 51, 1	6
7	0,1947	0,2413	0,4413	0,3024	0,9976*	17 36	94 00*	1 10, 4	6 16, 0	7
8	0,1181	0,2560	0,3436	0,2573	0,8660	14 50	119 56	0 59, 3	7 59, 7	8
9	0,1714	0,2882	0,4140	0,2981	0,9756*	16 45	102 16*	1 07, 0	6 49, 1	9
10	0,2314	0,2824	0,4810	0,2989	0,9560*	17 24	73 03*	1 05, 6	4 52, 2	10
11	0,2295	0,4791	0,2502	0,2725	0,8470	14 29	57 54	0 57, 9	3 51, 6	11
12	0,2252	0,4724	0,2384	0,2617	0,8070	15 10	58 48	1 00, 7	3 36, 2	12
13	0,1989	0,1621	0,3859	0,1851	0,5487	10 40	33 17	0 42, 7	2 13, 1	13
14	0,8107	0,1085	0,2847	0,1261	0,3673	6 14	21 32	0 24, 9	1 26, 1	14

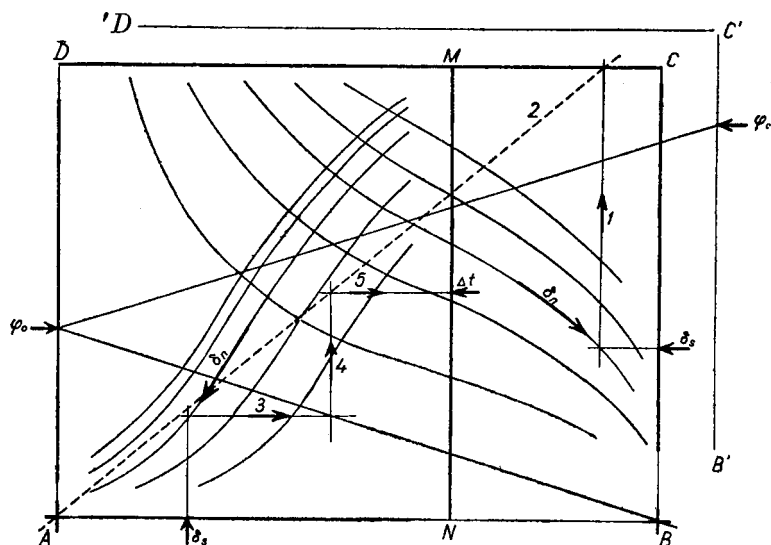
* t_n obliczamy wg wzoru (10), gdyż $\sin t_n > 0,95$

Ostatecznie otrzymujemy efemerydę:

	40 Cas	m	α		δ	S_s	S_n	a	z	ΔS	
			$1^h 35^m 0$	$+ 72^{\circ} 49'$						obliczone	z diagramu
W 1	55 Ari	5,60	3 07, 0	28 55	$3^h 49^m 8$	$3^h 46^m 7$	$22^{\circ} 34'$	$21^{\circ} 45'$	$2^m 6$	1^m	
2	τ Tau	4,88	4 39, 7	22 52	3 43, 8	5 32, 8	28 43	31 58	11, 0	12	
3	i Tau	4,70	5 00, 5	21 32	6 07, 2	5 53, 1	28 56	33 26	14, 1	12	
4	115 Tau	5,31	5 24, 6	17 56	6 35, 0	6 43, 4	28 28	37 08	— 8, 4	— 11	
5	130 Tau	5,51	5 44, 9	17 43	6 55, 4	6 46, 4	28 24	37 21	9, 0	10	
6	ν Ori	4,40	6 05, 0	14 47	7 16, 1	7 26, 1	27 13	40 12	— 10, 0	— 11	
7	ξ Gem	3,40	6 42, 8	12 57	7 53, 2	7 51, 0	26 11	41 54	2, 2	4	
8	ζ Hyd	4,18	8 35, 3	5 52	9 34, 6	9 34, 7	20 06	48 09	— 0, 1	0	
E 9	γ Aql	2,80	19 44, 2	10 30	18 37, 2	18 45, 9	24 27	44 07	— 8, 7	— 6	
10	5 Peg	5,29	21 35, 7	19 07	20 30, 1	20 42, 8	28 45	35 56	— 12, 7	— 15	
11	λ Peg	4,14	22 44, 4	23 20	21 46, 5	21 43, 4	28 38	31 29	3, 1	2	
12	μ Peg	3,67	22 47, 9	24 22	21 47, 2	21 59, 8	28 11	30 19	— 12, 6	— 12	
13	α And	2,15	0 06, 1	28 51	23 23, 4	23 21, 9	22 42	24 50	1, 5	3	
14	δ And	3,49	0 37, 0	30 38	0 12, 1	0 08, 9	16 33	22 24	3, 2	4	

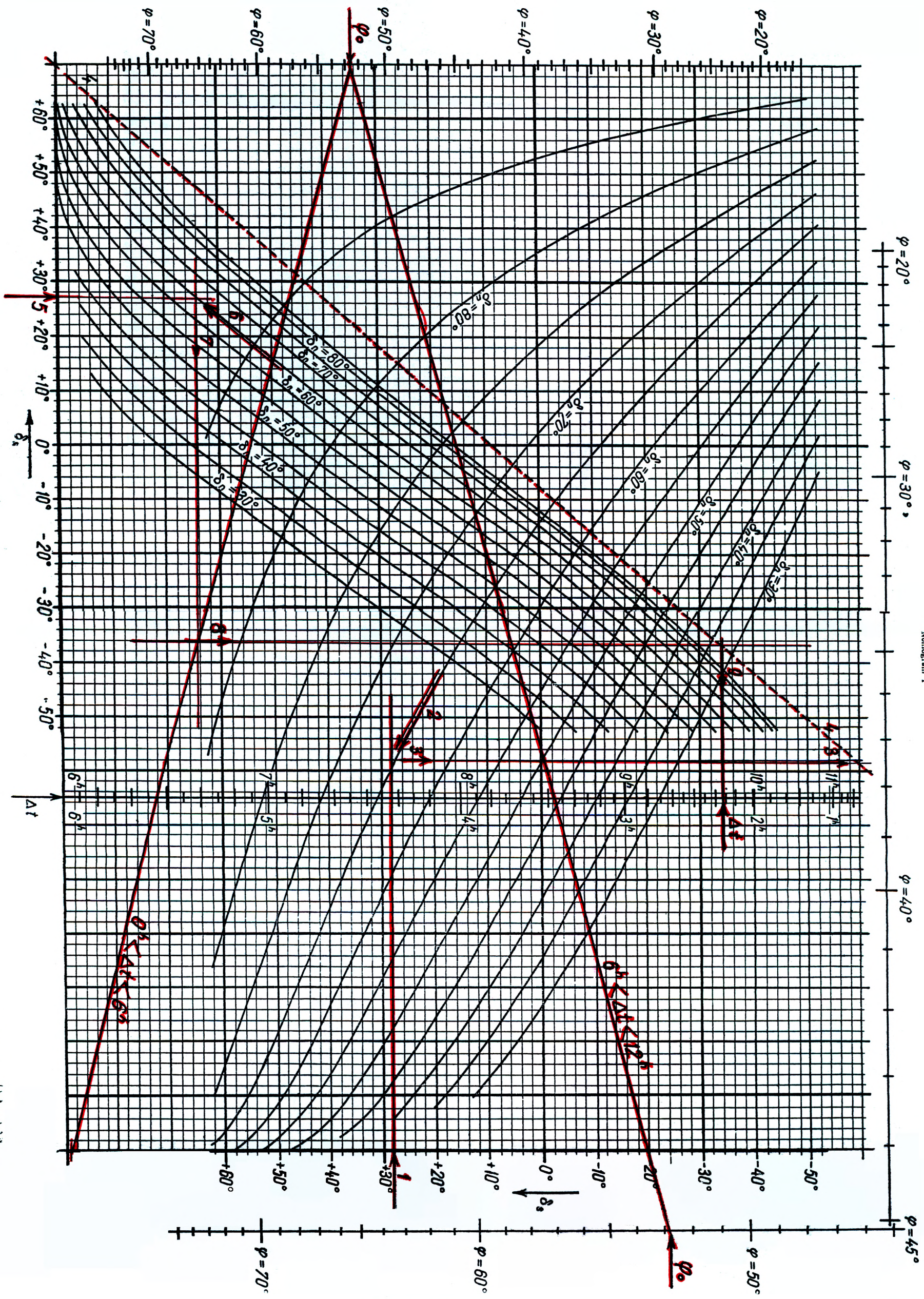
$ANMD$ i posiadają podziałkę δ_s na prostej AB . Wielkość c jest odłożona na podziałce AD oraz na łamanej podziałce $B'C'D'$, a skale wycechowane są odpowiadającymi jej szerokościami geograficznymi φ . Na osi NM odłożony jest $\cos \Delta t$.

Posługiwanie się nomogramem jest następujące. Mamy daną deklinację południową δ_s i północną δ_n oraz szerokość geograficzną φ . Poszukujemy różnicy kątów godzinnych Δt gwiazd, tworzących pary Piewcowa. W tym celu należy przede wszystkim poprowadzić wewnątrz obszaru $ODCB$ dwie proste (delikatnie(!) ołówkiem, na stałe dla

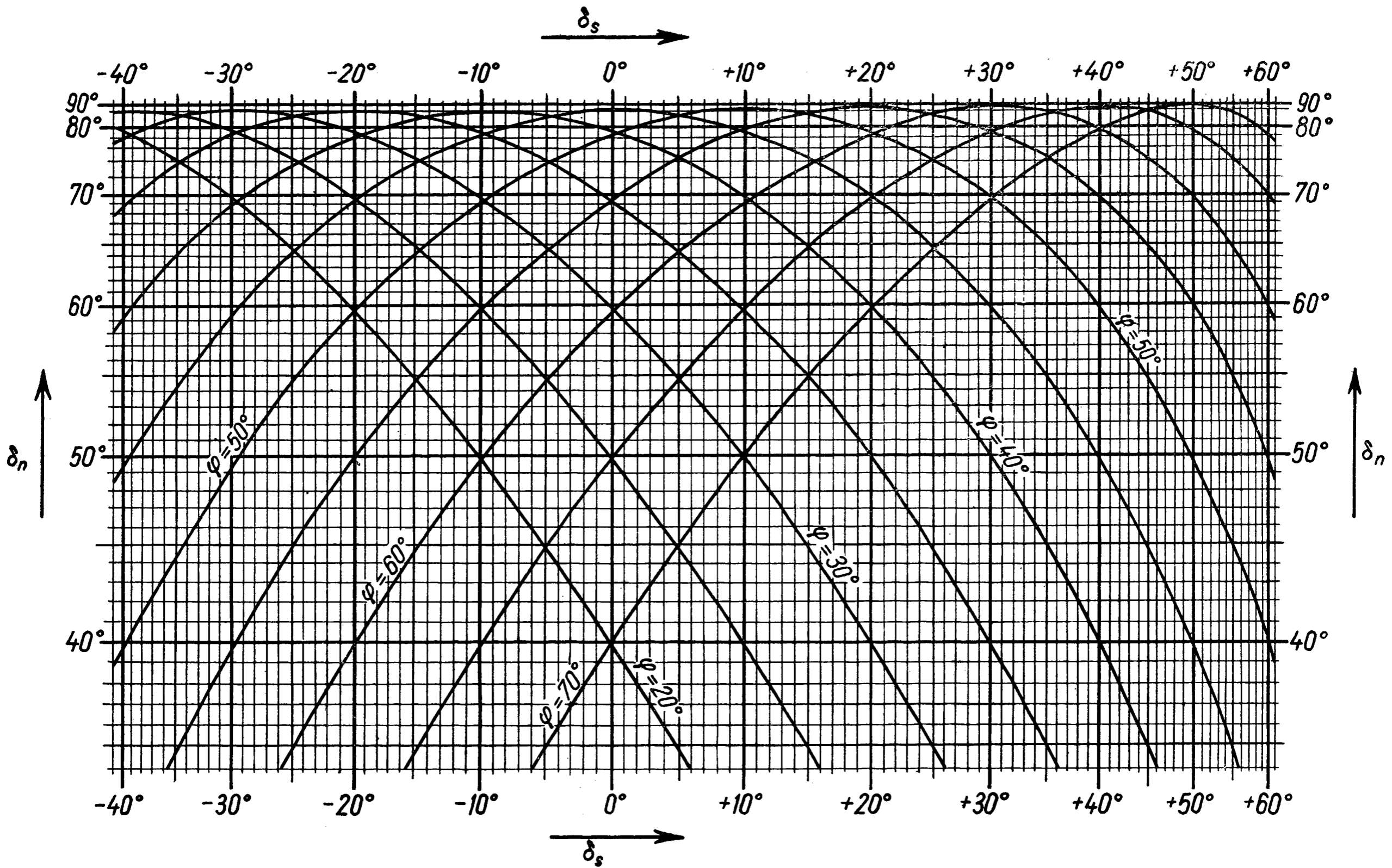


Rys. 19

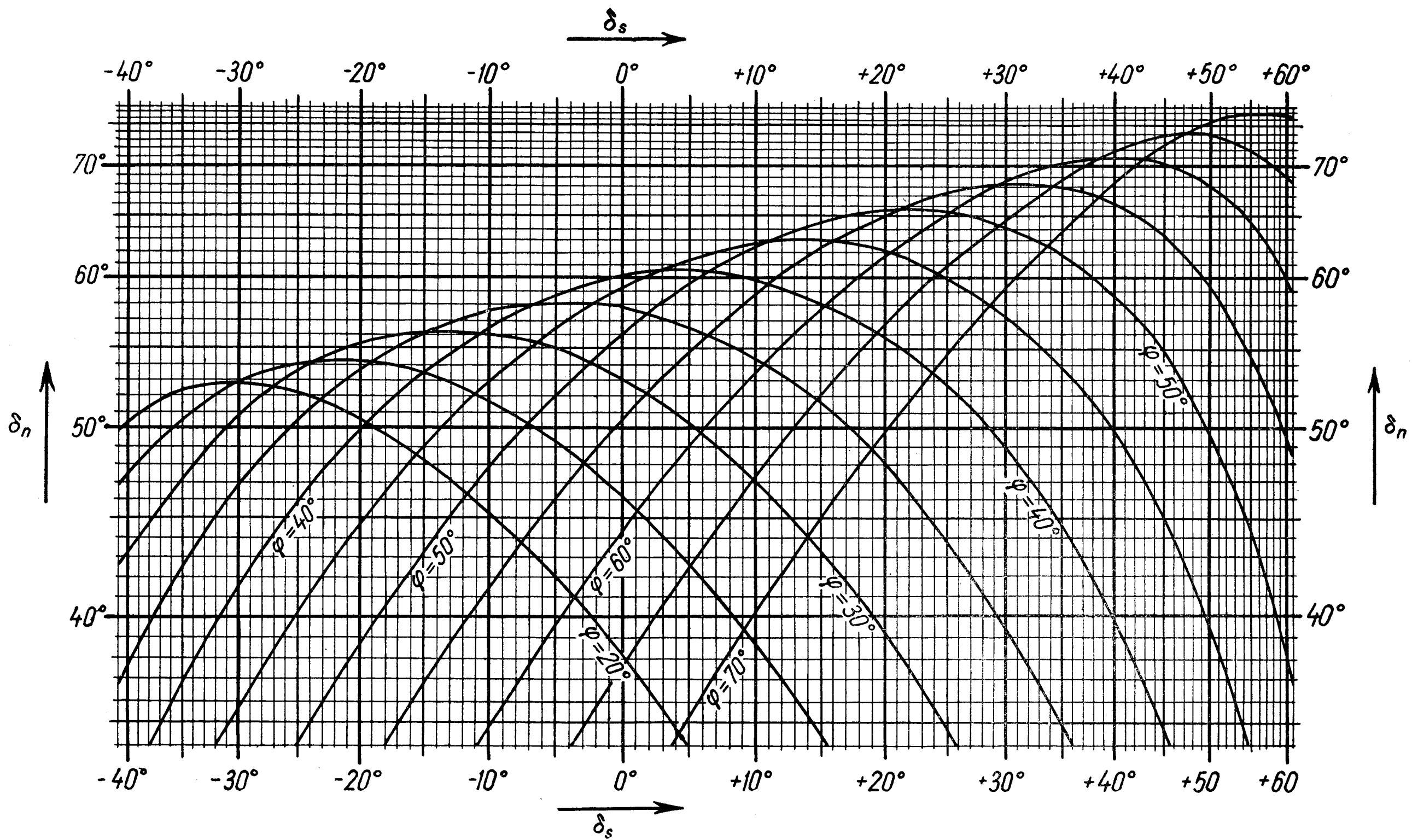
danej szerokości geograficznej): jedną przechodzącą przez punkt B oraz punkt odpowiadający danej szerokości geograficznej na podziałce AD , oraz drugą — łączącą punkty odpowiadające tej samej szerokości geograficznej φ i znajdujące się na łamanej podziałce $B'C'D'$ oraz na skali AD . Na nomogram wchodzimy $z \cdot \delta_s$ poprzez dwie podziałki AB i BC , oraz $z \delta_n$ poprzez rodzinę krzywych a leżących w obszarze $ABCD$ i poprzez rodzinę krzywych b zawartych w obszarze $ANMD$. Na krzywej a dla naszego δ_n wyszukujemy punkt odpowiadający naszemu δ_s i przenosimy go na oś CD . Następnie kładziemy liniał w ten sposób, aby przechodził przez punkt A oraz przez dopiero co wyszukany punkt na osi CD . Obecnie wyszukujemy na krzywej b dla naszego δ_n punkt, któremu odpowiada nasze δ_s . Jeżeli punkt ten znajduje się powyżej punktu na AD , odpowiadającego naszej szerokości geograficznej, to wartość Δt będzie większa niż 6^h , jeżeli poniżej, to szukaną wartość Δt trzeba będzie odczytać jako mniejszą od 6^h . Wyrysowana na diagramie dla danej szerokości geogra-



$$\sin \delta_1 \sin \delta_2 = \frac{(\sin \delta_1 \cos \delta_2 - \sin \delta_2 \cos \delta_1)}{2 \cos^2 \varphi}$$



Nomogram 2a, dla $\alpha = 6^\circ$



Nomogram 2b, dla $\alpha = 40^\circ$

ficznej prosta na wysokości tego punktu da nam równoległą do osi NM , która z kolei, (jeżeli tylko dane deklinacje mogą tworzyć pary Piewcowa) przetnie się z ułożonym poprzednio liniałem. Wysokość tego punktu przecięcia daje nam na osi NM odczyt poszukiwanej różnicy kątów godzinnych Δt (tablica 1, str. 123). Nomogram ten znacznie skraca czas liczenia potrzebnego nam diagramu. Jest on przewidziany dla szerokości geograficznej od 15° do 75° . Dokładność wartości Δt obliczona z nomogramu jest zależna bardzo silnie od wartości deklinacji gwiazd i szerokości geograficznej, i waha się w szerokich granicach. Jednak mało pewne wartości Δt , obliczone z nomogramu 1, wypadają na diagramie gdzieś w pobliżu granicy skrajnych azymutów. Dzięki temu, mimo że wartość Δt ma czasem małą dokładność, to jednak można wykreślić wystarczająco dokładny diagram wartości Δt . Dla szerokości geograficznych powyżej 65° dokładność wartości Δt szybko maleje. Jednak przy precyzyjnym posługiwaniu się nomogramem, można otrzymać wystarczającą dokładność nawet dla szerokości geograficznych bliskich 70° .

Nomogram 2 służy do wyznaczania na diagramie obszaru, w którym azymuty par Piewcowa spełniają warunek (1). Pozwala on, dla zadanych wartości deklinacji południowych δ_s i szerokości geograficznej φ znaleźć takie wartości deklinacji północnych δ_{nx} , przy których azymuty par osiągają wartości graniczne $\alpha = 6^\circ$ i $\alpha = 40^\circ$. Został on zbudowany na podstawie równania:

$$(\sin \delta_n + \sin \delta_s)^2 + (\sin \delta_n - \sin \delta_s)^2 \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi}{\cos^2 \alpha} = 4 \sin^2 \varphi,$$

które można otrzymać ze wzorów (2) i (3) przez wyeliminowanie $\sin^2 z$. Interesującą nas deklinację północną δ_{nx} odczytujemy na podziałce δ_n , jako rzędną elipsy dla naszej szerokości geograficznej, dla odciętej, odpowiadającej danej nam wartości δ_{s_0} na podziałce δ_s . Dla ułatwienia interpolacji pomiędzy łukami elips odpowiadających okrągło co 5° szerokościom geograficznym, służy zbieżna podziałka. Posługiwanie się nią jest analogiczne, jak przy diagramie wartości różnic kątów godzinnych.

W ten sposób otrzymano w tablicy 2 na str. 124 wartości dla naszego przykładu.

Za przejrzenie niniejszej pracy i za udzielenie uwag pragnę wyrazić podziękowanie Panu prof. dr J. Witkowskiemu oraz Panu doc. dr F. Koebecke.

ВЛОДЗИМЕЖ ШУЛЯКОВСКИ

НАХОЖДЕНИЕ ПАР ЗВЕЗД В КАТАЛОГЕ КООРДИНАТ ДЛЯ НАБЛЮДЕНИЙ МЕТОДОМ ПЕВЦОВА

Резюме

Метод Певцова относительно легко позволяет, даже малыми простыми инструментами в примитивных условиях, получить надежный результат определения географической широты. Однако нахождение пар звезд для наблюдений этим методом очень затруднительно. Редки случаи, когда можно воспользоваться готовыми эфемеридами. Это вызвано недостаточным числом таких эфемерид. Кроме того, пары Певцова расходятся вследствие прецессии и годятся только в узком интервале географической широты (от нескольких до $30'$). Все это обуславливает необходимость нахождения и вычисления эфемерид прежде чем приступить к наблюдениям пар Певцова.

До сих пор литература приводит несколько методов нахождения пар звезд для наблюдений методом Певцова^{1), 2)}, но они все трудоёмки и затруднительны. Многие, выбранные таким образом, пары звезд не годятся, так как не удовлетворяют требуемым условиям (1).

Настоящий труд предлагает способ выбора пар звезд для наблюдения методом Певцова. Он совершенно различен от прежних, так как нахождение пар производится не по атласу, а непосредственно по каталогу координат. Таким образом выбранные пары уже окончательно являются парами Певцова, причем известны промежутки времени между наблюдениями южной и северной звезды. Этот способ позволяет выбирать звезды любой величины и может без затруднений применяться для небольших географических широт. На основании приведенных рассуждений можно пользоваться следующим способом нахождения пар Певцова непосредственно по каталогу координат звезд. Для данной географической широты φ можно согласно (12) определить интервал склонения северных и южных звезд, а затем по формуле (10) для различных южных склонений получить график для значения разности прямого восхождения $|\Delta\alpha| = |\Delta t|$ (где Δt — разность часовых углов) в виде функции склонения северных звезд δ_n .

Такой график следует приготовить для географической широты, отличающейся от места наблюдения не больше чем на $0^{\circ},5$, его разработка требует до 2 часов времени. Эти графики можно издать в виде атласа для всего промежутка географических широт, в котором выгодно применять метод Певцова (от 20° до 70°). Для разработки графика можно использовать номограмму 1, которая облегчает нахождение значения разности часовых углов Δt для звезд пары Певцова по формуле (10). Номограммы 2a и 2b помогают определить такие области графика, в которых удовлетворяются условия (1). По формуле (11) они определяют для данной географической широты φ и склонения южной звезды δ_s склонение северной звезды δ_n для предельных азимутов звезд пары ($a = 6^{\circ}$ и $a = 40^{\circ}$), между которыми выгодно наблюдать методом Певцова.

Нахождение пар Певцова по каталогу координат происходит таким образом, что к предварительно избранной звезде с склонением, принадлежащим к промежутку северных звезд, приискивают непосредственно из каталога координат звезду с склонением из промежутка южных звезд. Нахождение пар протекает довольно быстро, так как, в большинстве случаев, достаточно приближенная оценка, является ли разность прямого восхождения по каталогу координат достаточно близкой разности часовых углов звезд пары, причем последнее значение находят по графику:

$$|\Delta\alpha| \text{ по каталогу} - \Delta t \text{ по графику} < 10 \div 15 \text{ минут.}$$

Этот способ, благодаря применению графика, облегчает также вычисление эфемерид.

WŁODZIMIERZ SZULAKOWSKI

FINDING OUT COUPLES OF STARS BY THE COORDINATE CATALOGUE FOR OBSERVATIONS BY PEVTSOV'S METHOD

S u m m a r y

The Pevtsov's method enables to obtain in a comparatively easy way a reliable result of determining the geographical latitude even with small and plain instruments, and in primitive conditions. But finding out pairs of stars for observations by this method is very troublesome and existing ephemeris tables can be seldom used. This is caused by an inadequate number of same such ephemeris and besides, the Pevtsov's pairs disperse very quickly as a consequence of precession, and are valid in a narrow interval of geographical latitude only (from a few to 30'). That is why it is often essential to find them out and compute their ephemeris first in order to observe Pevtsov's pairs.

Several ways of finding out pairs of stars for observation by Pevtsov's method have already been described ^{1) 2)}, but all these ways are troublesome and take up much time. Many pairs thus chosen must be dropped because they do not satisfy the required conditions (1).

The way of choosing pairs of stars for observations by Pevtsov's method given in the present paper is totally different from the previous ones, for the finding out is carried on directly from the catalogue of coordinate and not from an atlas. Thus chosen pairs are definitely Pevtsov's pairs with known time intervals between observations of southern and northern stars. This method enables also to choose smaller stars, and it may be applied without difficulty for lesser latitudes. Based upon the above considerations the following way of finding out Pevtsov's pairs directly from the catalogue of coordinates may be devised. For a given latitude φ , according to (12) an interval of northern stars declination, as well as that of southern stars, may be determined. Then, according to (10) a diagram for the differences in right ascension $|\Delta\alpha| = |\Delta t|$ (where Δt is the difference of hour angles) may be obtained for various southern declinations, as a function of northern stars declination δ_n . This diagram may be drawn up for a latitude differing from that of the obser-

vation station no more than 0,5. Its preparation takes about 2 hours. The diagrams may be published as an atlas for all the interval of latitudes in which it is advantageous to apply Pevtsov's method (from 20° to 70°). In order to prepare a diagram by oneself, the nomogram 1 may be applied. It enables to find easily out the value of the differences of hour angles Δt for the stars of Pevtsov's pairs according to formula (10). The nomograms 2a and 2b enable to determine the distances of the diagram where the conditions (1) are satisfied. According to formula (11) they determine for a given latitude φ and declination δ_s of a southern star the declination δ_n of a northern star for extreme azimuths of stars belonging to one pair ($a = 6^\circ$ and $a = 40^\circ$) between which it is advantageous to observe after Pevtsov's method.

The finding out Pevtsov's pairs from the catalogue of coordinates is carried out in the following way. A star with the declination belonging to the southern stars interval is found out directly from the catalogue of coordinates for a previously chosen star with a declination belonging to the northern stars interval. The finding out of pairs lasts a very short time as generally an approximate evaluation is adequate—whether the difference of right ascension from the catalogue of coordinates is sufficiently near the difference of hour angles of the pair of stars, the latter value being given by the diagram:

$|\Delta\alpha|$ from the catalogue — Δt from the diagram $\leq (10 \div 15)$ minutes.

Owing to the diagram being applied this method allows of an easier computation of ephemeris.